

## Netze und Betriebsmittel

Zunächst soll noch einmal darauf hingewiesen werden, daß alle Versorgungsnetze Drehstromnetze (Ausnahme HGÜ) sind. Die Ausnahmen sind gering. Aus energietechnischer Sicht interessiert der Leistungsfluß (nicht Stromfluß).

Die Berechnungen sind einfach solange es sich um Strahlennetze handelt. In vielen Fällen läßt sich ein Problem ein Strahlennetz reduzieren. Beispielsweise liegen Wirk- und Blindleistungsschriebe der Verbraucher vor und die Spannungen und Wirkleistungen der Einspeisungen sind bekannt.

### Netzformen

Versorgungsnetze unterscheiden sich zunächst durch die Spannung.

Hochspannung nach VDEW

Mittelspannung

Niederspannung

Sie unterscheiden sich weiterhin durch ihre Aufgabe

Transport- Verbundnetz

Verteilnetz

Entversorgung

Ringnetz, Ortsnetz

#### Beispiel ländliches Netz

Eine Mittelspannungsleitung wird von einem Speisepunkt zu einem Endverbrauchertransformator geführt. Von dort wird der Leitungsstrang zum nächsten Transformator geführt. Auf diese Art werden Abnahmetransformatoren wie an einer Kette aufgereiht bis diese Leitung wieder zu einem Speisepunkt geführt wird. Die Zahl der Abnahmetransformatoren ist nicht begrenzt liegt aber typischerweise zwischen 5 und 30. Um nicht einen Leistungstransport von einem zum anderen Speisepunkt zuzulassen und aus Gründen des Leitungsschutzes wird dieser Ring offen betrieben.

#### Beispiel Ortsnetz

Die Topologie sieht gleich aus, an Stelle der Abnahmetrafos treten hier die Hausanschlüsse. d.h. die Ringleitung ist eine Niederspannungsleitung

Die Ringleitung ist recht einfach zu schützen, beim häufigsten Fehler, dem Kabelfehler kann die Trennstelle nach kurzer Unterbrechung so verschoben werden, daß alle Abnehmer wieder versorgt sind. Die Überwachung und Fehlermeldung übernimmt der Verbraucher.

#### Strahlennetz

Ein Strahlennetz kann man sich als verbessertes Ringnetz vorstellen. Jeder Abnahmepunkt wird durch mindestens zwei Stränge, Strahlen erreicht. Um die dadurch gewonnene Sicherheit aufrecht zu erhalten existiert eine Umschalteneinrichtung. (typisch für ein Chemieunternehmen) Berechnung einfach.

#### Maschennetz

Jeder ist mit jedem verbunden.

a)



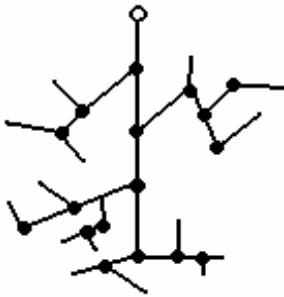
Einseitig gespeiste Leitung. Bei einem Fehler sind alle Verbraucher hinter dem Fehler und einer möglichen Trennstelle betroffen.

b)



Einseitig gespeiste, verzweigte Leitung. Dies ist schon die einfachste Struktur des Strahlennetzes (Bild c), welches aus einer Vielzahl solcher Verzweigungen bestehen kann. Bei einem Fehler trifft hier das selbe zu wie bei dem obigen einseitig gespeisten Netz.

c)

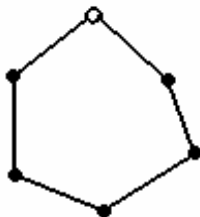


d)



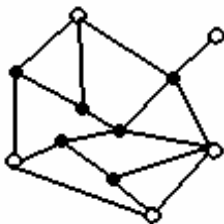
Zweiseitig gespeiste Leitung. Hier kann bei einem Fehler das Netz bis zu einer möglichen Trennstelle von der Seite weiter gespeist werden, die nicht von dem Fehler betroffen ist.

e)



Die Ringleitung ist eine besondere Art der zweiseitigen Einspeisung. Hier wird eine noch größere Betriebssicherheit erreicht, da hier bei einem Fehler das Netz von beiden Seiten weiter gespeist werden kann während nur das betroffene Fehlerstück nach beiden Seiten freigeschaltet wird.

f)



Vermaschtes Netz. Bei dieser Netzform wird die Stromversorgung der einzelnen Abnehmer durch die Verknüpfung der Versorgungsleitungen untereinander und möglicherweise durch mehrere Einspeisungen in optimaler Weise gesichert. Selbst der Ausfall einer Einspeisung kann hier in den meisten Fällen von den verbleibenden Stromerzeugern aufgefangen werden.

**Mögliche Erdungsarten des Sternpunktes beim Trafo**

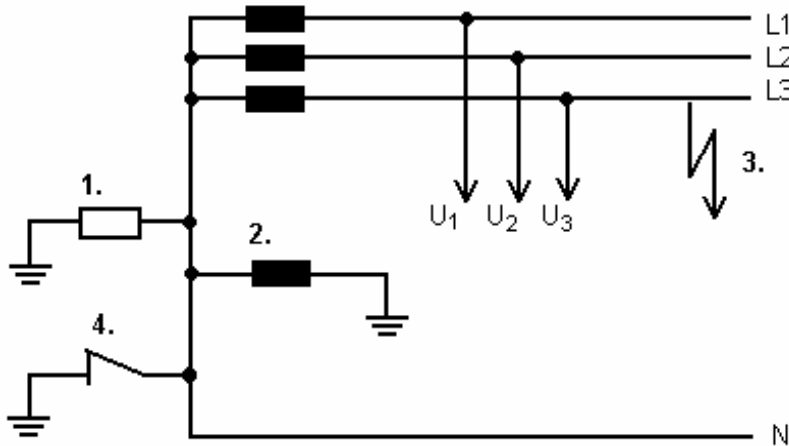


Bild 2.2.1: Geerdeter Trafo

1. Erdung über einen Widerstand
2. Erdung über eine Induktivität
3. Freier Kurzschluß: Erdschluß (Einpolige Berührung zur Erde)
4. Starr geerdeter Sternpunkt (kein Stromfluß bei einem Kurzschluß R ungefähr 0 Ohm)

**Rechenregeln:**

$$a = e^{j120^\circ} \quad a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} \quad a^3 = 1$$

Kartesisch :

$$a = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j = -0,5 + 0,866j$$

$$a^2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}j = -0,5 - 0,866j$$

$$a^3 = 1$$

$$a + a^2 = -1$$

$$a - a^2 = j\sqrt{3}$$

$$1 + a + a^2 = 0$$

$$1 + a^2 = -a \quad ; \quad 1 - a + a^2 = -2a \quad ; \quad 1 - a - a^2 = 2$$

$$1 + a = -a^2 \quad ; \quad 1 + a - a^2 = -2a^2$$

Weitaus häufiger als symmetrische Fehler sind unsymmetrische Fehler. Ihre Berechnung kann am einfachsten mit den Verfahren der symmetrischen Komponenten durchgeführt werden. Hierbei zerlegt man die unsymmetrischen Drehstromsysteme derart in Komponenten, daß mehrere neue, aber symmetrische Drehstromsysteme entstehen, mit denen man dann wie gewohnt weiterrechnet. Die Zwischenergebnisse werden dann zur Gesamtlösung überlagert.

Das unten gezeigte Bild zeigt die Überlagerung von drei symmetrischen Komponenten im Vierleiternetz.

Die einzelnen Komponenten werden (von links nach rechts) Nullsystem, Mitsystem und Gegensystem genannt.

Im Dreileiternetz fällt das Nullsystem weg.

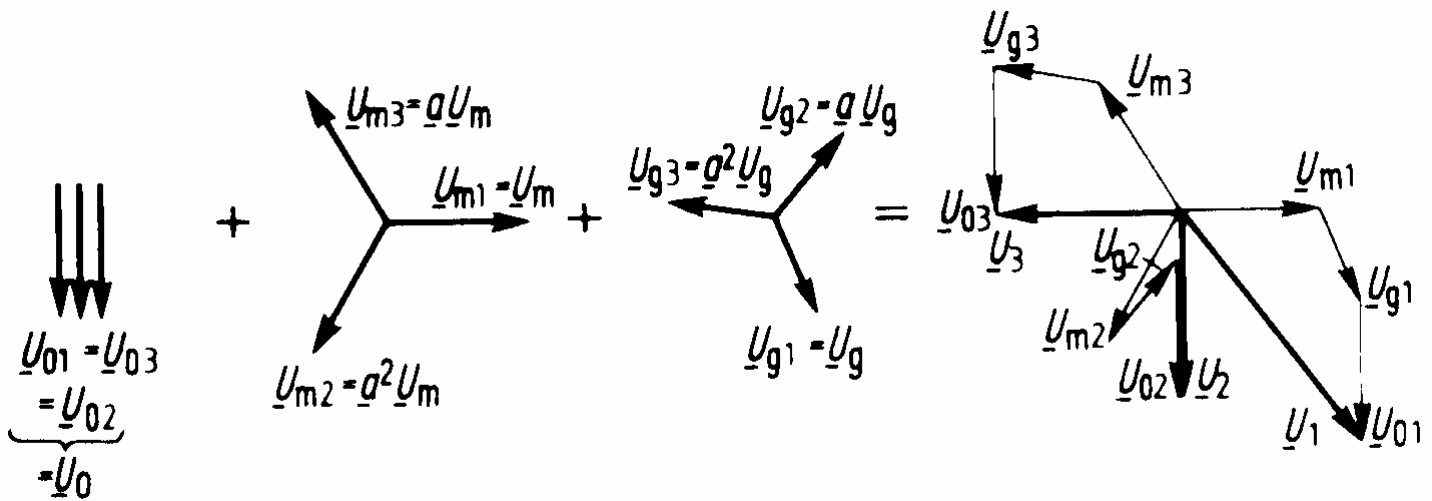


Bild 2.3.1: Entstehung eines unsymmetrischen Dreiphasensystems im Vierleiternetz  
Hierbei ist das Mitsystem ein Rechtssystem und das Gegensystem ein Linkssystem

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3) + \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + a\underline{U}_2 + a^2\underline{U}_3) + \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + a^2\underline{U}_2 + a\underline{U}_3)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3) + \frac{1}{3}(a^2\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + a\underline{U}_3) + \frac{1}{3}(a\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + a^2\underline{U}_3)$$

$$\underline{U}_3 = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3) + \frac{1}{3}(a\underline{U}_1 + a^2\underline{U}_2 + \underline{U}_3) + \frac{1}{3}(a^2\underline{U}_1 + a\underline{U}_2 + \underline{U}_3)$$

⇒

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_1 + \frac{1}{3}(\underline{U}_2 + a\underline{U}_2 + a^2\underline{U}_2) + \frac{1}{3}(\underline{U}_3 + a\underline{U}_3 + a^2\underline{U}_3)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + a\underline{U}_1 + a^2\underline{U}_1) + \underline{U}_2 + \frac{1}{3}(\underline{U}_3 + a\underline{U}_3 + a^2\underline{U}_3)$$

$$\underline{U}_3 = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + a\underline{U}_1 + a^2\underline{U}_1) + \frac{1}{3}(\underline{U}_2 + a\underline{U}_2 + a^2\underline{U}_2) + \underline{U}_3$$

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3)$$

$$\underline{U}_m = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + \underline{a}\underline{U}_2 + \underline{a}^2\underline{U}_3)$$

$$\underline{U}_g = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + \underline{a}^2\underline{U}_2 + \underline{a}\underline{U}_3)$$

Gleichungen für das Vierleiternetz:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_0 + \underline{U}_{m1} + \underline{U}_{g1} = \underline{U}_0 + \underline{U}_m + \underline{U}_g$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_0 + \underline{U}_{m2} + \underline{U}_{g2} = \underline{U}_0 + \underline{a}^2\underline{U}_m + \underline{a}\underline{U}_g$$

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_0 + \underline{U}_{m3} + \underline{U}_{g3} = \underline{U}_0 + \underline{a}\underline{U}_m + \underline{a}^2\underline{U}_g$$

Als Matrixgleichung erhält man für Spannungen und Ströme

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_m \\ \underline{U}_g \end{bmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_m \\ \underline{I}_g \end{bmatrix}$$

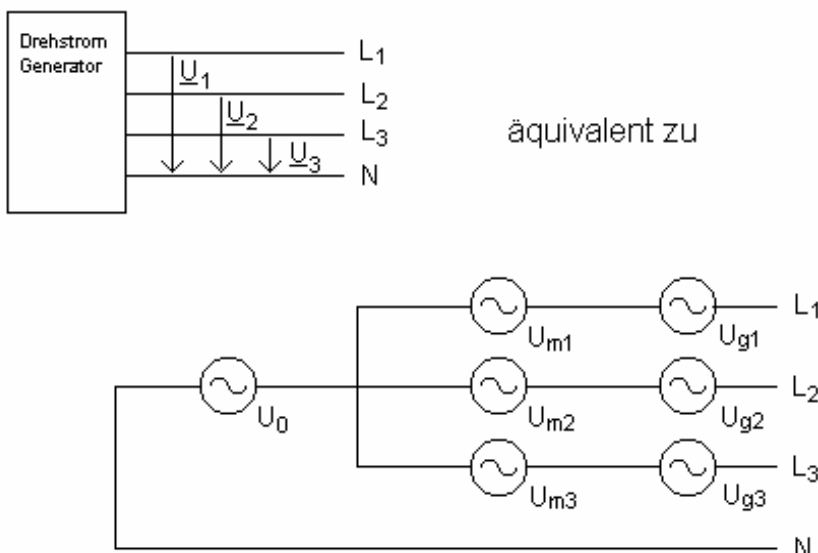


Bild 2.4.1: Drehstromgeneratoren

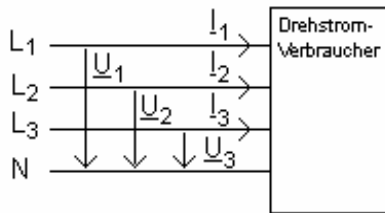


Bild 2.5.1: Drehstromverbraucher

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 + \underline{I}_m + \underline{I}_g$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_0 + a^2 \underline{I}_m + a \underline{I}_g$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_0 + a \underline{I}_m + a^2 \underline{I}_g$$

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \underline{I}_2 + \underline{Z}_{13} \underline{I}_3$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21} \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \underline{I}_2 + \underline{Z}_{23} \underline{I}_3$$

$$\underline{U}_3 = \underline{Z}_{31} \underline{I}_1 + \underline{Z}_{32} \underline{I}_2 + \underline{Z}_{33} \underline{I}_3$$

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} (\underline{I}_0 + \underline{I}_m + \underline{I}_g) + \underline{Z}_{12} (\underline{I}_0 + a^2 \underline{I}_m + a \underline{I}_g) + \underline{Z}_{13} (\underline{I}_0 + a \underline{I}_m + a^2 \underline{I}_g)$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21} (\underline{I}_0 + \underline{I}_m + \underline{I}_g) + \underline{Z}_{22} (\underline{I}_0 + a^2 \underline{I}_m + a \underline{I}_g) + \underline{Z}_{23} (\underline{I}_0 + a \underline{I}_m + a^2 \underline{I}_g)$$

$$\underline{U}_3 = \underline{Z}_{31} (\underline{I}_0 + \underline{I}_m + \underline{I}_g) + \underline{Z}_{32} (\underline{I}_0 + a^2 \underline{I}_m + a \underline{I}_g) + \underline{Z}_{33} (\underline{I}_0 + a \underline{I}_m + a^2 \underline{I}_g)$$

⇒

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_0 (\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13}) + \underline{I}_m (\underline{Z}_{11} + a^2 \underline{Z}_{12} + a \underline{Z}_{13}) + \underline{I}_g (\underline{Z}_{11} + a \underline{Z}_{12} + a^2 \underline{Z}_{13})$$

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_0 (\underline{Z}_{21} + \underline{Z}_{22} + \underline{Z}_{23}) + \underline{I}_m (\underline{Z}_{21} + a^2 \underline{Z}_{22} + a \underline{Z}_{23}) + \underline{I}_g (\underline{Z}_{21} + a \underline{Z}_{22} + a^2 \underline{Z}_{23})$$

$$\underline{U}_3 = \underline{I}_0 (\underline{Z}_{31} + \underline{Z}_{32} + \underline{Z}_{33}) + \underline{I}_m (\underline{Z}_{31} + a^2 \underline{Z}_{32} + a \underline{Z}_{33}) + \underline{I}_g (\underline{Z}_{31} + a \underline{Z}_{32} + a^2 \underline{Z}_{33})$$

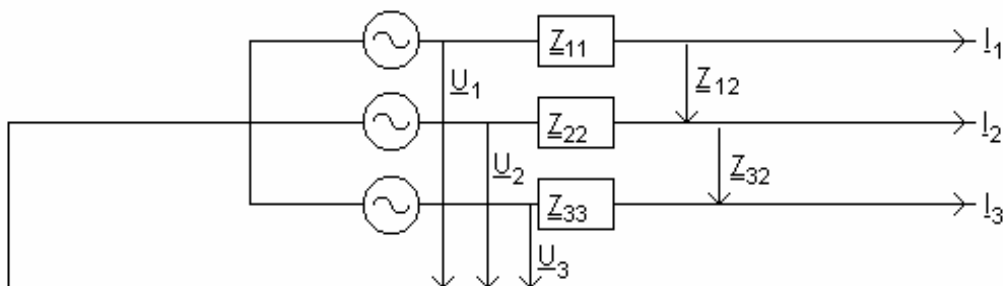


Bild 2.5.1: Symmetrisches Spannungssystem mit Netzinduktivitäten

Vereinfachung:

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{22} = \underline{Z}_{33} = \underline{Z}_a$$

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{31} = \underline{Z}_b$$

$$\underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{32} = \underline{Z}_{13} = \underline{Z}_c$$

Definition :

$$\underline{Z}_0 = \underline{Z}_a + \underline{Z}_b + \underline{Z}_c$$

$$\underline{Z}_m = \underline{Z}_a + a^2 \underline{Z}_b + a \underline{Z}_c$$

$$\underline{Z}_g = \underline{Z}_a + a \underline{Z}_b + a^2 \underline{Z}_c$$

⇒

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_0 \underline{I}_0 + \underline{Z}_m \underline{I}_m + \underline{Z}_g \underline{I}_g$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_0 \underline{I}_0 + a^2 \underline{Z}_m \underline{I}_m + a \underline{Z}_g \underline{I}_g$$

$$\underline{U}_3 = \underline{Z}_0 \underline{I}_0 + a \underline{Z}_m \underline{I}_m + a^2 \underline{Z}_g \underline{I}_g$$

⇒

$$\underline{U}_0 = \underline{Z}_0 \underline{I}_0$$

$$\underline{U}_m = \underline{Z}_m \underline{I}_m$$

$$\underline{U}_g = \underline{Z}_g \underline{I}_g$$

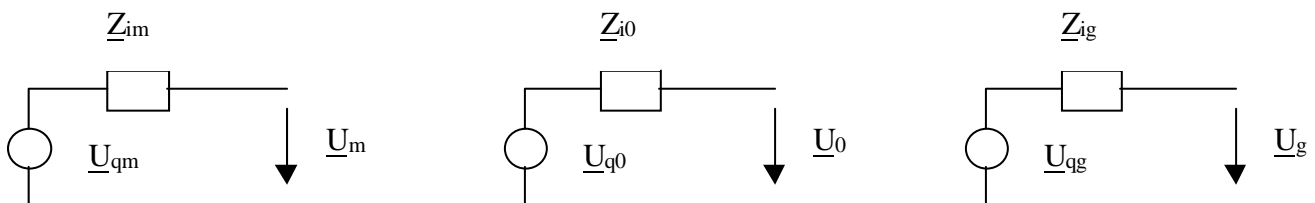


Bild 2.6.1: Unsymmetrisches Spannungssystem

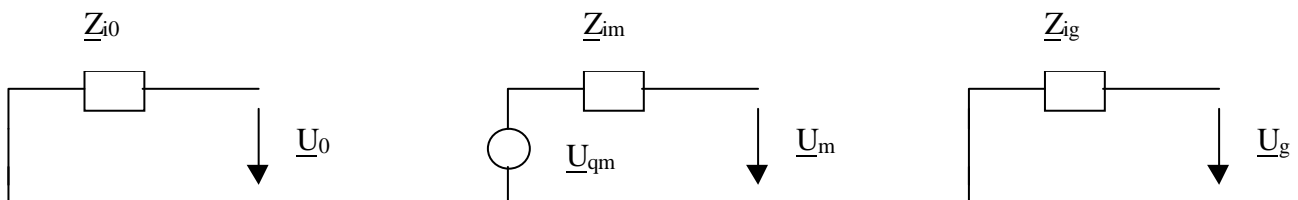
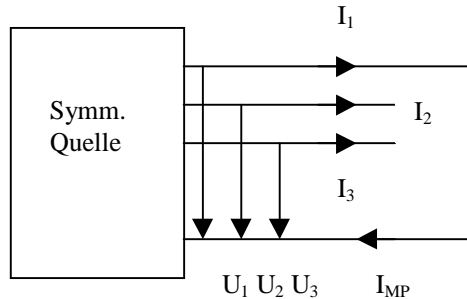


Bild 2.6.2: Symmetrisches Spannungssystem

Beispiel: Einpoliger Erdschluß



Aus der Schaltung ergeben sich die folgenden Bedingungen:

$$I_1 = I_{MP} \quad I_2 = 0 \quad I_3 = 0 \quad U_1 = 0$$

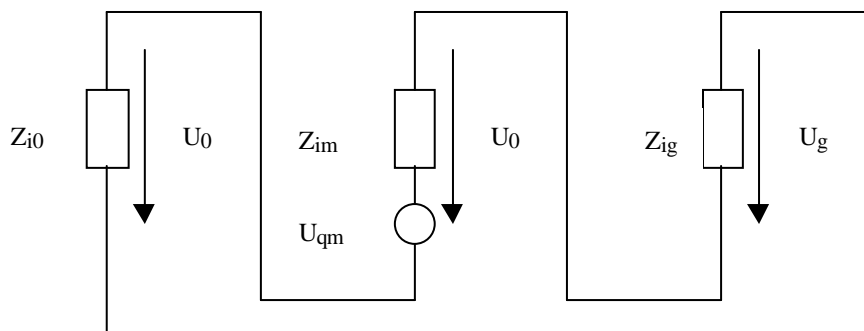
$$\left. \begin{aligned} I_0 &= \frac{1}{3}(I_1 + I_2 + I_3) = \frac{1}{3}I_1 \\ I_m &= \frac{1}{3}(I_1 + aI_2 + a^2I_3) = \frac{1}{3}I_1 \\ I_g &= \frac{1}{3}(I_1 + a^2I_2 + aI_3) = \frac{1}{3}I_1 \end{aligned} \right\} \text{daraus folgt } I_0 = I_m = I_g$$

$$U_0 = \frac{1}{3}(U_2 + U_3)$$

$$U_m = \frac{1}{3}(aU_2 + a^2U_3)$$

$$U_g = \frac{1}{3}(a^2U_2 + aU_3)$$

Aus  $I_0 = I_m = I_g$  folgt das Ersatzschaltbild für den einpoligen Erdschluß:



Spannungsteiler:



$$U_0 = -\frac{Z_{i0}}{Z_{im} + Z_{ig} + Z_{i0}} \cdot U_{qm}$$

$$U_g = -\frac{Z_{ig}}{Z_{im} + Z_{ig} + Z_{i0}} \cdot U_{qm}$$

$$U_m = \left( U_{qm} - \frac{Z_{im}}{Z_{im} + Z_{ig} + Z_{i0}} \right) \cdot U_{qm} = \frac{Z_{ig} + Z_{i0}}{Z_{im} + Z_{ig} + Z_{i0}} \cdot U_{qm}$$

$$I_0 = I_m = I_g = \frac{U_{qm}}{Z_{im} + Z_{ig} + Z_{i0}}$$

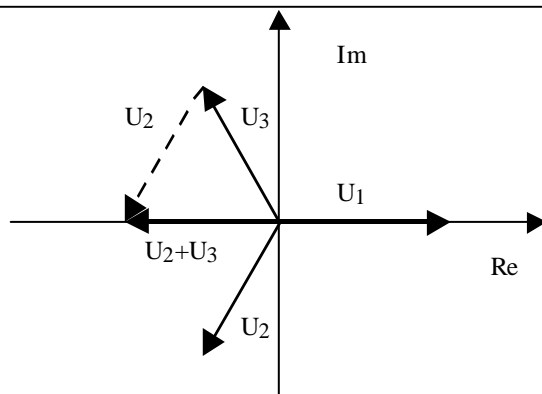
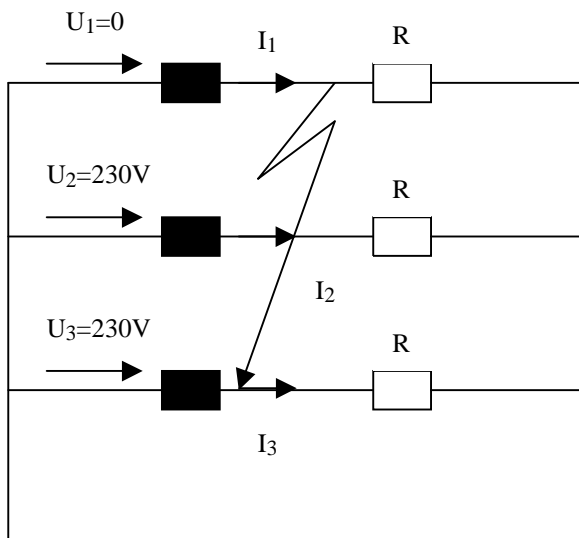
$$I_1 = 3 \cdot I_0 = 3 \cdot \frac{U_{qm}}{Z_{im} + Z_{ig} + Z_{i0}} \quad \underline{\underline{I_2 = I_3 = 0}}$$

$$\underline{\underline{U_1 = 0}} \quad \text{Erdschluß}$$

$$\underline{\underline{U_2}} = U_0 + a^2 U_m + a U_g = \frac{Z_{i0}(a^2 - 1) + Z_{ig}(a^2 - a)}{Z_{im} + Z_{ig} + Z_{i0}} U_{qm} = \underline{\underline{j\sqrt{3} \frac{aZ_{i0} - Z_{ig}}{Z_{im} + Z_{ig} + Z_{i0}} U_{qm}}}$$

$$\underline{\underline{U_3}} = U_0 + a U_m + a^2 U_g = \underline{\underline{j\sqrt{3} \frac{Z_{ig} - a^2 Z_{i0}}{Z_{im} + Z_{ig} + Z_{i0}} U_{qm}}}$$

### Zahlenbeispiel: Kurzschluß im 4 – Leiternetz



$$\underline{U}_1 = 230V \cdot e^{j0}$$

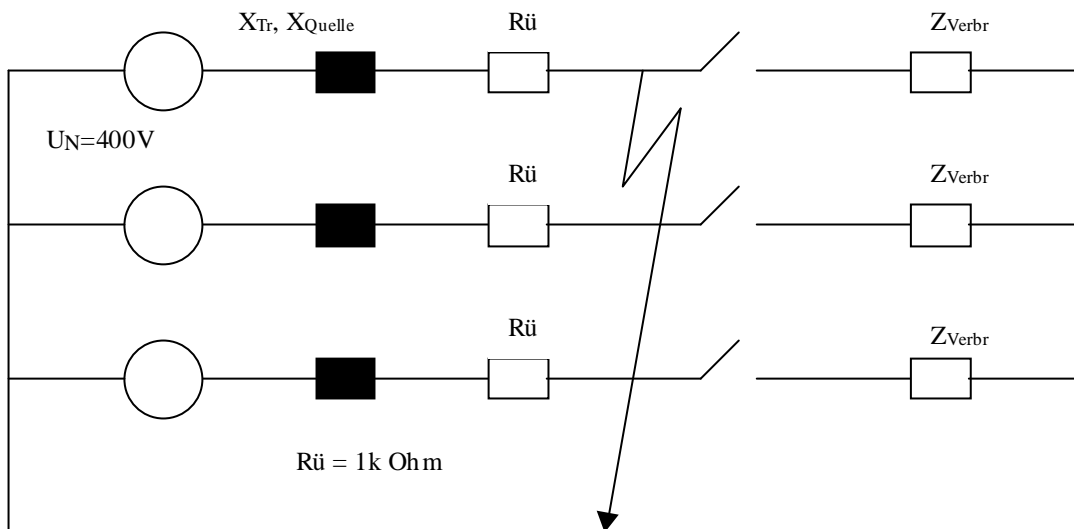
$$\underline{U}_2 = 230V \cdot e^{j-120^\circ}$$

$$\underline{U}_3 = 230V \cdot e^{j120^\circ}$$

$$U_0 = \frac{1}{3}(U_1 + U_2 + U_3) = -77V$$

$$U_m = \frac{1}{3}(U_1 + aU_2 + a^2U_3) = 154V$$

$$U_g = \frac{1}{3}(U_1 + a^2U_2 + aU_3) = U_0 = -77V$$



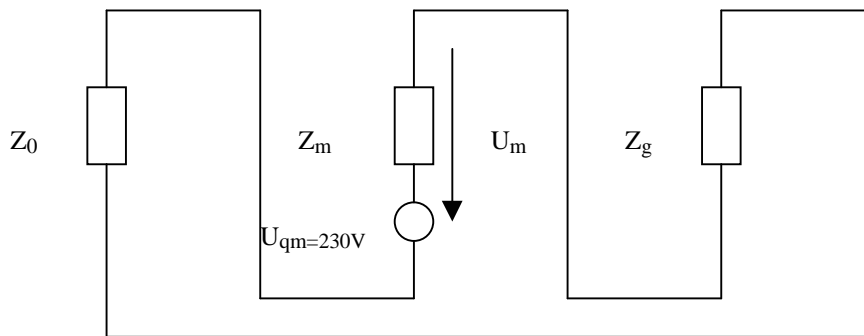
$$U_0 = -77V$$

$$U_m = 154V$$

$$U_g = -77V$$

$$Z_0 = Z_m = Z_g = 1k\Omega$$

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} = 1k\Omega$$



$$I_0 = I_m = I_g = \frac{U_{qm}}{Z_0 + Z_m + Z_g} = \frac{230V}{3k\Omega} = 76,7mA$$

$$I_1 = I_0 + I_m + I_g = 230mA$$

$$I_2 = I_0 + a^2 I_m + a I_g = I \cdot (1 + a^2 + a) = 0$$

$$I_3 = I_0 + a I_m + a^2 I_g = I \cdot (1 + a + a^2) = 0$$

### Aufbau:

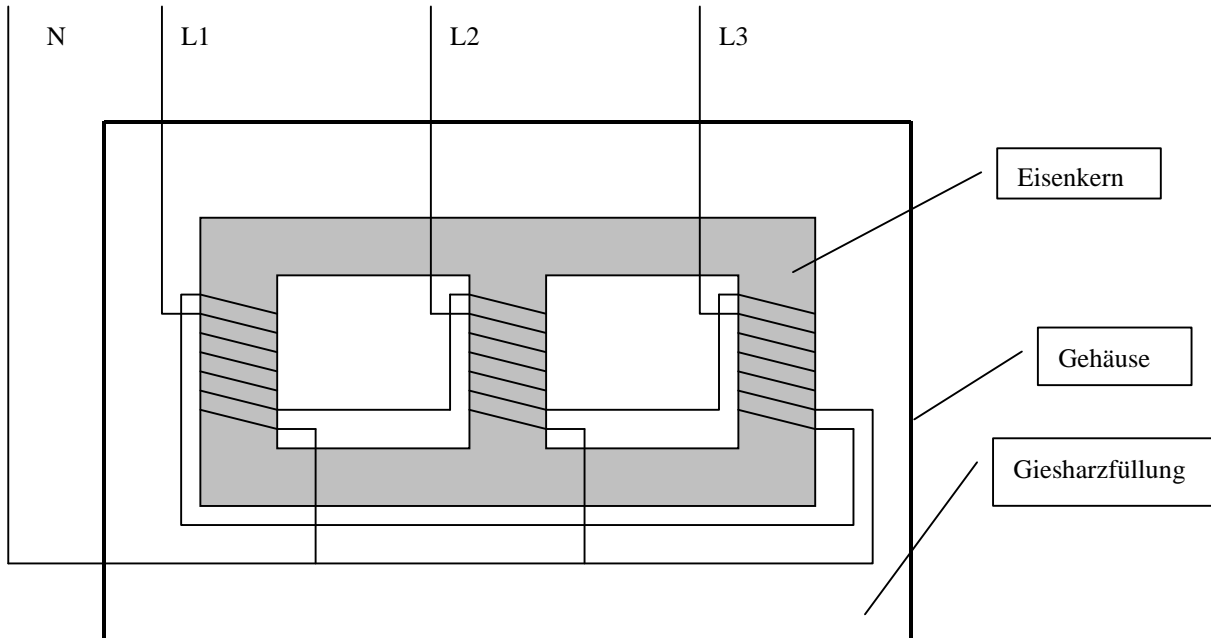


Bild 2.11.1: Aufbau eines Transformators

### Schaltungsarten:

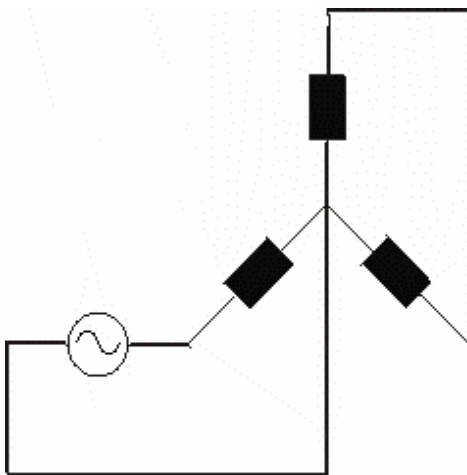


Bild 2.11.2: Trafo in Sternschaltung

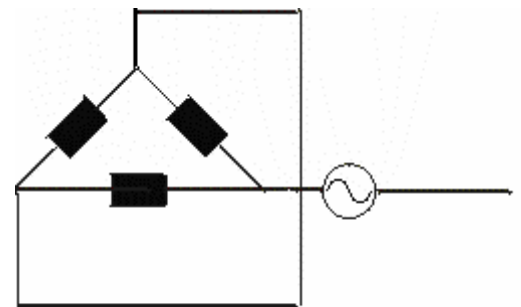


Bild 2.11.2: Trafo in Dreieckschaltung

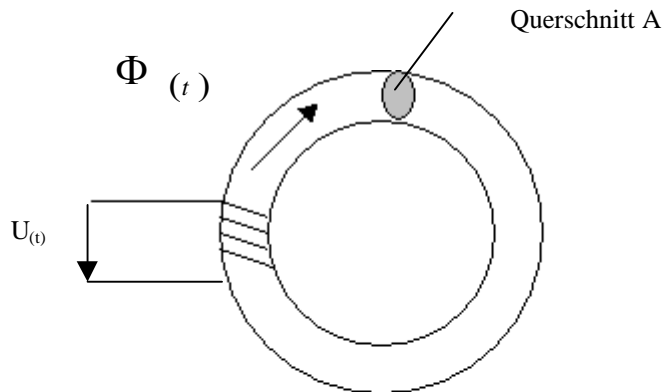
Bei der Sternschaltung ist  $Z_0$  klein und deshalb kann hier ein großer Kurzschlußstrom fließen. Bei der Dreieckschaltung geht  $Z_0$  gegen unendlich und es fließt daher ein kleiner Kurzschlußstrom.

Bezeichnung		Zeigerbild		Schaltungsbild <sup>2)</sup>		Nenn- übersetzung $\frac{N_1}{N_2}$	alte Bezeich- nung		
Kenn- zahl	Schalt- gruppe <sup>1)</sup>	OS	US	OS	US				
0	D d-0					$\frac{N_1}{N_2}$	A1		
	Y y-0							$\frac{N_1}{N_2}$	A2
	D z-0								
5	D y-5					$\frac{N_1}{\sqrt{3}N_2}$	C1		
	Y d-5							$\frac{\sqrt{3}N_1}{N_2}$	C2
	Y z-5								
6	D d-6					$\frac{N_1}{N_2}$	B1		
	Y y-6							$\frac{N_1}{N_2}$	B2
	D z-6								
11	D y-11					$\frac{N_1}{\sqrt{3}N_2}$	D1		
	Y d-11							$\frac{\sqrt{3}N_1}{N_2}$	D2
	Y z-11								

1) Bei herausgeführtem Sternpunkt ist hinter dem Schaltzeichen der Wicklung  $N$  bzw.  $n$  zu ergänzen.

2) Bei den Wicklungen ist gleicher Wickelsinn vorausgesetzt, d.h. räumlich gesehen sind in den Schaltbildern die Wicklungen nach unten geklappt zu denken.  
Herausgeführte Sternpunkte werden mit  $1N$  bzw.  $2N$  bezeichnet.

Trafotheorie



$$\Phi \rightarrow B = \frac{\Phi}{A} \rightarrow H = \frac{\Phi}{\mu_0 \mu_r l}$$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \Theta$$

$$\Phi = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{A}{l} \cdot \Theta$$

$$\Phi = \frac{1}{R_m} \cdot \Theta$$

$$\Phi(t) = \Phi_{\max} \sin \omega t$$

$$u(t) = \underbrace{N \cdot \Phi_{\max} \cdot \omega}_{U_{\max} = \sqrt{2} U_{\text{eff}}} \cos \omega t$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot l \cdot N \cdot \Phi_{\max}$$

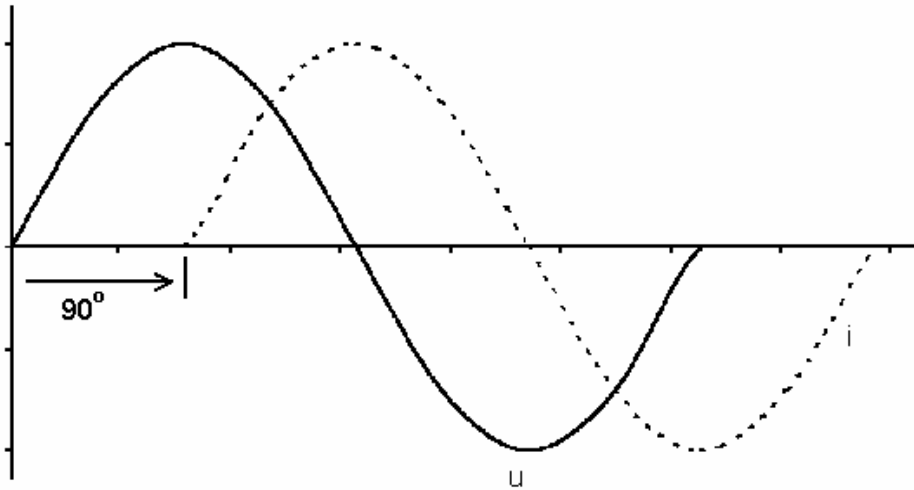
$$i(t) = i_{\max} \sin \omega t$$

$$u(t) = \underbrace{L \cdot i_{\max} \omega}_{U_{\max} = \sqrt{2} U_{\text{eff}}} \cos \omega t$$

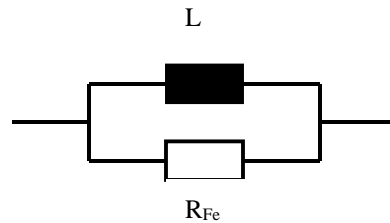
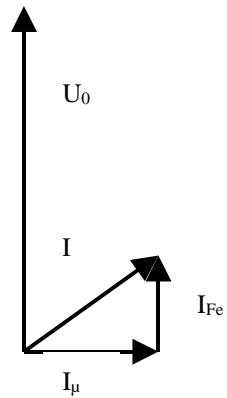
$$U_{\text{eff}} = \omega L i_{\text{eff}}$$

$$X_L = \omega L$$

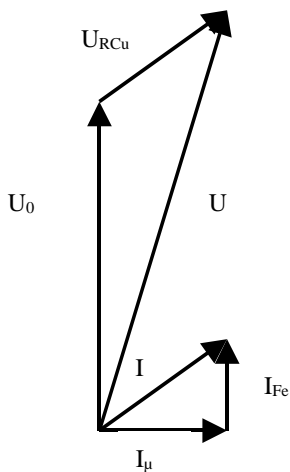
**Ersatzschaltbilder des Transformators**



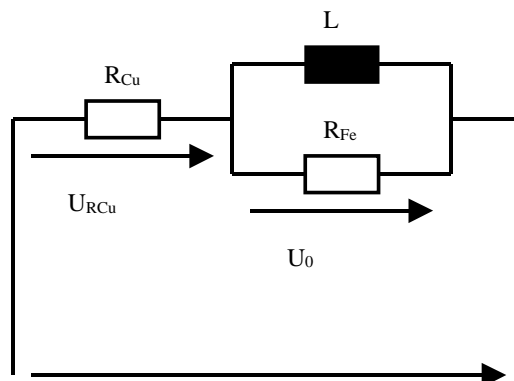
Induktivität  
L



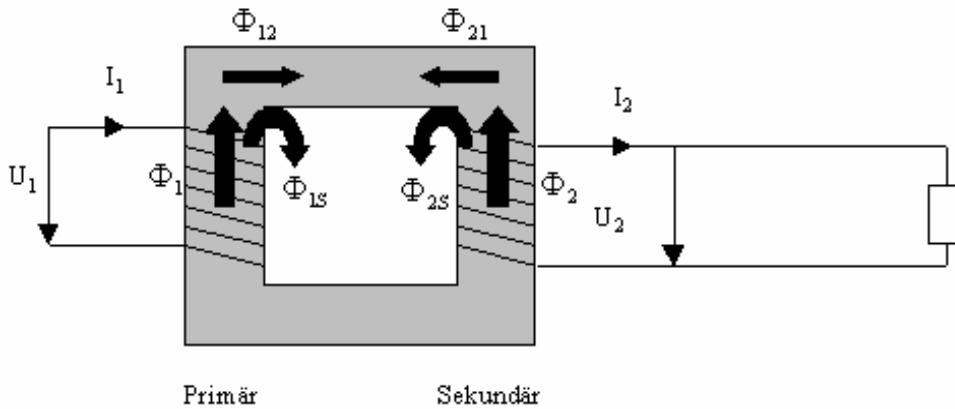
Berücksichtigt man nun auch noch den Wicklungs-widerstand ergibt sich folgendes Ersatzschaltbild:



$U_{RCu}$  parallel zu I



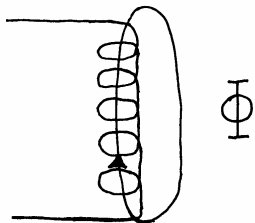
Zur veranschaulichung der magnetischen Kopplung im Transformator nehmen wir folgendes Ersatzschaltbild.



$\Phi_1$  teilt sich auf in  $\Phi_{12}$  und  $\Phi_{1S}$

$\Phi_2$  teilt sich auf in  $\Phi_{21}$  und  $\Phi_{2S}$

**Induktivität:**



$\Psi$  = verketteter magnetischer Fluß  
 $d\Psi$  = Flußänderung  
 $di$  = Stromänderung

$$L = \frac{d\Psi}{di} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\Psi}{i} \quad \text{Wenn der Strom } \sim \text{ zum Fluß ist}$$

Der Fluß hängt von der Sättigung des Eisens ab. Abgänglich von der Sättigung des Eisens ist die Induktivität. Diese ist somit keine Konstante. Die Induktivität kann wie das Eisen ungesättigt und gesättigt sein.

Wenn keine Streung vorliegt ist  $L = \frac{\Phi}{i}$

**Magnetischer Widerstand  $R_m$ :**

$$R_m = \frac{\Theta}{\Phi} = \frac{\text{Durchflutung}}{\text{magnet. Fluß}} = \frac{N \cdot I}{\Phi}$$

$$\Rightarrow L = N \cdot \frac{\Phi}{i} = \frac{N^2}{R_m}$$



### Getrennte Spulen:

Spule 1:

$$U_{L1} = N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \Rightarrow L_1 = \frac{N_1 \cdot \Phi_1}{i_1}$$

Spule 2:

$$U_{L2} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \Rightarrow L_2 = \frac{N_2 \cdot \Phi_2}{i_2}$$

Kopplung zweier Spulen:

Spule 1 erzeugt in einer stromlosen Spule 2 eine Spannung:

$$U_{120} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_{12}}{dt} = U_{12} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

$$U_{12} = N_2 \cdot \frac{\Phi_{12}}{i_1}$$

Spule 2 erzeugt in einer stromlosen Spule 1 eine Spannung:

$$U_{210} = N_1 \cdot \frac{d\Phi_{21}}{dt} = U_{21} \cdot \frac{di_2}{dt}$$

$$U_{21} = N_1 \cdot \frac{\Phi_{21}}{i_2}$$

$$\Phi_1 = \Phi_{12} + \Phi_{1s} \quad U_{12} = U_{21} = U$$

$$\frac{N_1 \cdot \Phi_1}{i_1} = \frac{N_1 \cdot \Phi_{12}}{i_1} + \frac{N_1 \cdot \Phi_{1s}}{i_1}$$

$$L_1 = \underbrace{\frac{N_1}{N_2} \cdot U}_{L_{1h}} + L_{1s}$$

$$\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{2s}$$

$$L_2 = \underbrace{\frac{N_2}{N_1} \cdot U}_{L_{2h}} + L_{2s}$$

Streuziffer  $\sigma$  :

$$\sigma_1 = \frac{\Phi_{1S}}{\Phi_{12}} \quad L_{1S} = \sigma_1 \cdot L_1$$

$$\sigma_2 = \frac{\Phi_{2S}}{\Phi_{21}} \quad L_{2S} = \sigma_2 \cdot L_2$$

$$\sigma = \frac{\Phi_1 \cdot \Phi_2 - \Phi_{12} \cdot \Phi_{21}}{\Phi_1 \cdot \Phi_2} \quad \sigma = 1 - \frac{\mu^2}{L_1 \cdot L_2}$$

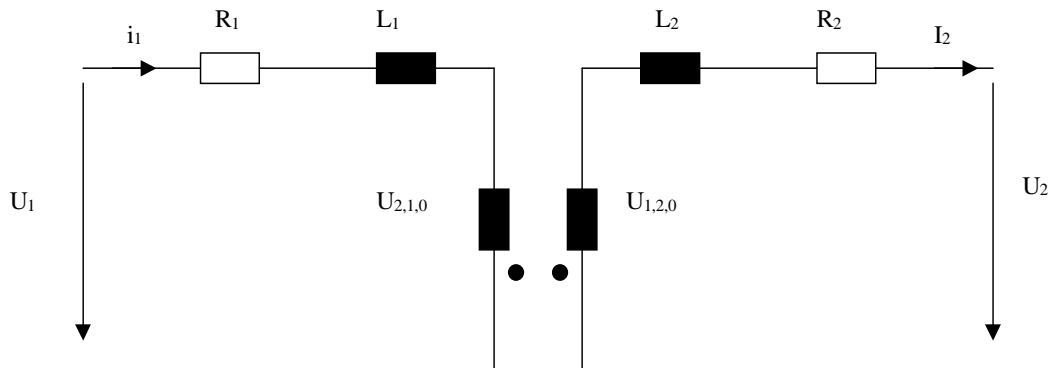
### 1. Idealer Trafo ohne Eisenverluste:

Rechnerische Auflösung einer galvanischen Trennung bezugnehmend auf das Transformator Ersatzschaltbild.

$$u_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - \frac{M di_2}{dt}$$

$$-u_2 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Ersatzschaltbild:



M = magnetische Kopplung

Bei sinusförmigen Größen im komplexen:

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1)\underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = -(R_2 + j\omega L_2)\underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1$$

$$N_1 = N_2$$

$$L_1 = \underbrace{\frac{N_1}{N_2} \cdot M}_{L_{1H}} + L_{1S}$$

$$U_1 = i_1 R_1 + L_{1S} \frac{di_1}{dt} + M \left( \frac{di_1}{dt} - \frac{di_2}{dt} \right)$$

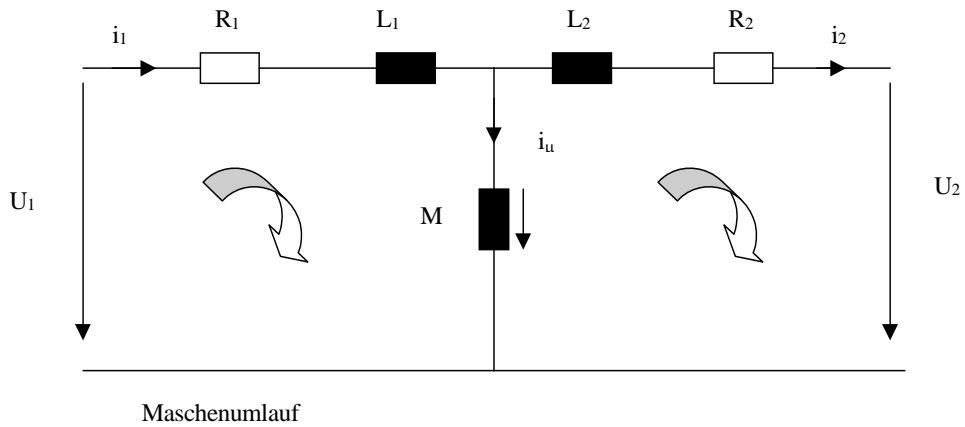
$$-U_2 = i_2 R_2 + L_{2S} \frac{di_2}{dt} - M \underbrace{\left( \frac{di_1}{dt} - \frac{di_2}{dt} \right)}_{\frac{di_\mu}{dt}}$$

$$i_1 - i_2 = i_\mu \quad \text{Magnetisierungsstrom}$$

Im Komplexen

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_{1S})\underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_\mu$$

$$-\underline{U}_2 = (R_2 + j\omega L_{2S})\underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_\mu$$



**Hier: Trafo zusammengesaltet. Keine galvanische Trennung !!!**

$$N_1 \neq N_2 \quad L_1 = M \cdot \frac{N_1}{N_2} + L_{1S} = L_{1h} + L_{1S}$$

$$L_2 = M \cdot \frac{N_2}{N_1} + L_{2S} = L_{2h} + L_{21S}$$

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_{1S}) \cdot \underline{I}_1 + j\omega M \left( \frac{N_1}{N_2} \underline{I}_1 - \underline{I}_2 \right)$$

$$-\underline{U}_2 = (R_2 + j\omega L_{2S}) \cdot \underline{I}_2 + j\omega M \left( \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_2 - \underline{I}_1 \right)$$

$$\Rightarrow -\frac{N_1}{N_2} \underline{U}_2 = (R_2 + j\omega L_{2S}) \cdot \frac{N_1}{N_2} \underline{I}_2 - j\omega M \frac{N_1}{N_2} \left( \underline{I}_1 - \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_2 \right)$$

$$\underline{I}_M = \underline{I}_1 - \frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{I}_2 \Rightarrow \underline{I}_2' \quad \underline{I}_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot \underline{I}_2'$$

$$\frac{N_1}{N_2} \cdot \underline{U}_2 \Rightarrow \underline{U}_2'$$

$$\underline{I}_\mu = \underline{I}_1 - \underline{I}_2'$$

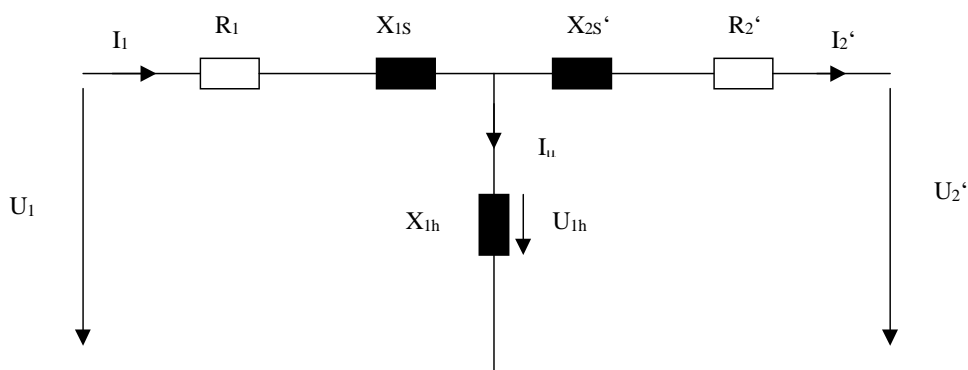
$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_{1S}) \cdot \underline{I}_1 + j\omega L_{1h} \cdot \underline{I}_\mu$$

$$-\underline{U}_2 = (R_2 + j\omega L_{2S}') \cdot \underline{I}_2' - j\omega L_{1h} \cdot \underline{I}_\mu$$

$$R_2' \Rightarrow R_2 \cdot \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \quad L_{2S}' \Rightarrow L_{2S} \cdot \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

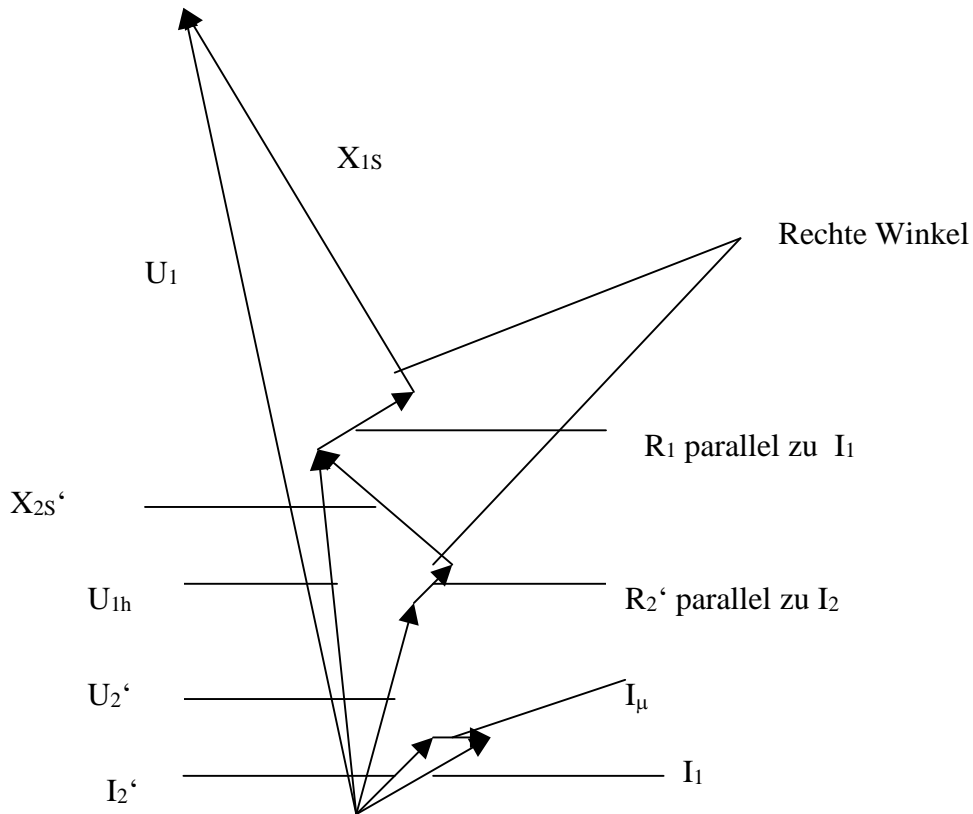
$$i_2' \Rightarrow i_2 \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

**!!! Rechnen mit bezogenen (') Größen) !!!**

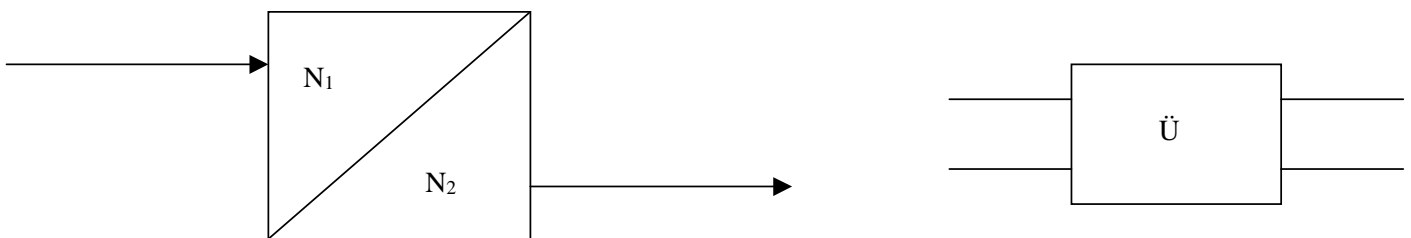


Ersatzschaltbild

**Zeigerbild:**

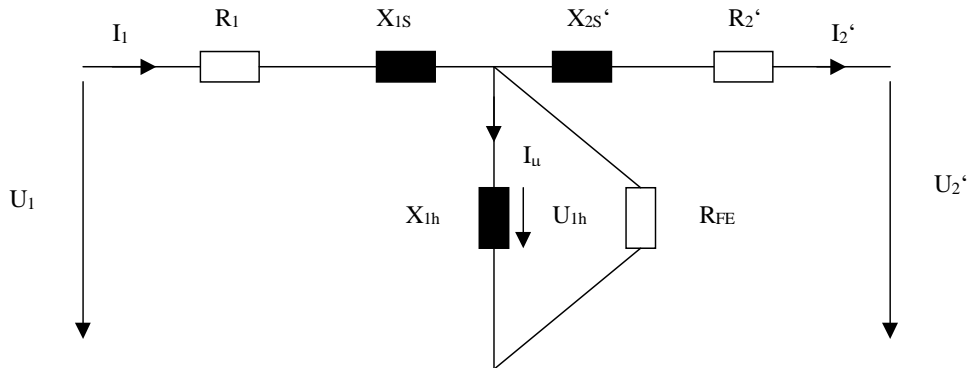


**Idealer Transformator:**



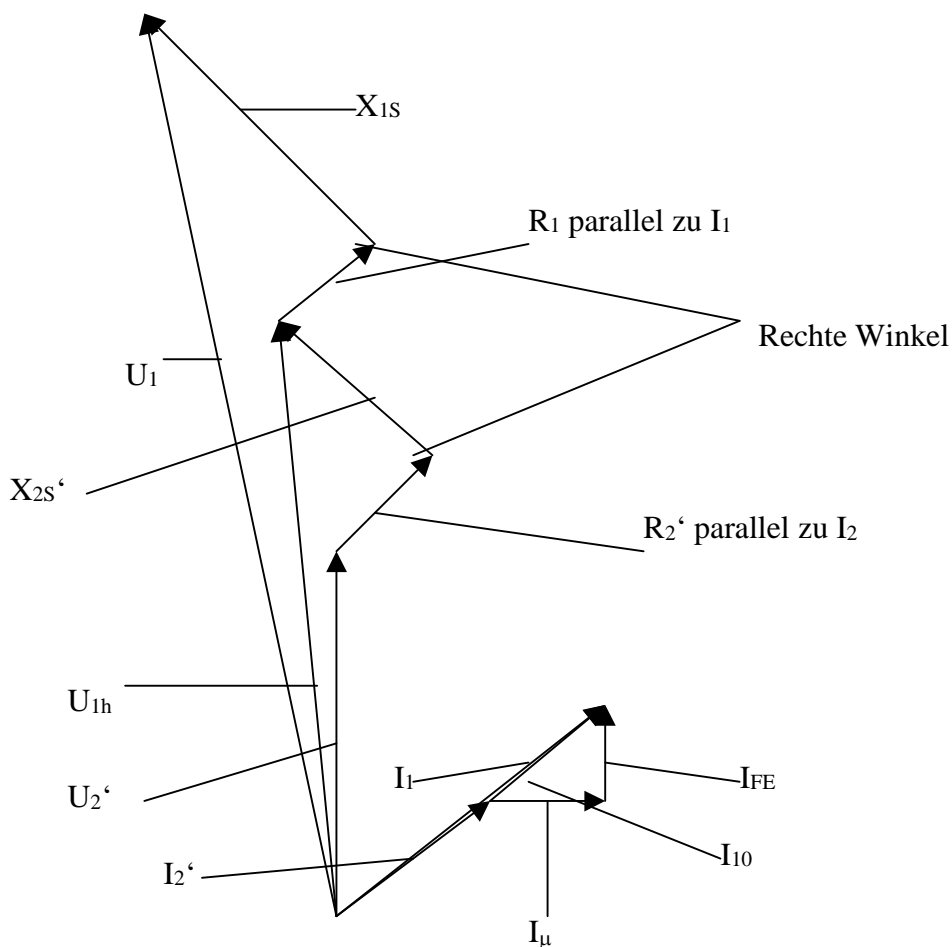
Ohne Streuung und ohne andere Verluste

### 2. Mit Eisenverlusten ( $R_{FE}$ ):



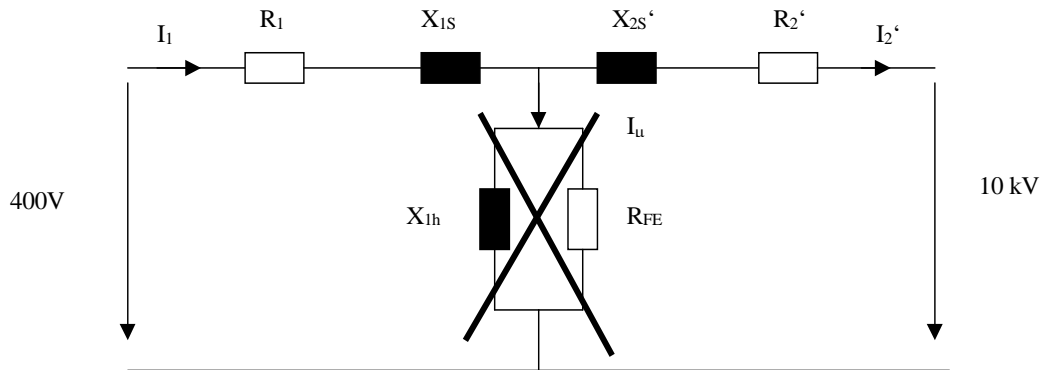
Ersatzschaltbild

### Zeigerbild:



$R_{FE}$  ist für die Trafoverluste im Leerlauf verantwortlich. Die Verluste betragen etwa 1 promille. Die Kurzschlußverluste über  $R_1$  und  $R_2'$  sind quadratisch zum Strom.

**Ersatzschaltbild Transformator:**



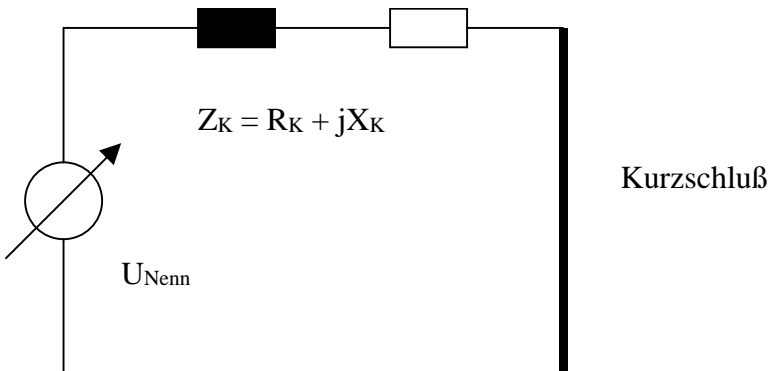
Ersatzschaltbild

Im Betrieb ist  $I_2' \gg I_u$  und deshalb werden  $R_{FE}$  und  $X_{1h}$  weglassen.

$$X_1 + X_2' = X_K$$

$$R_1 + R_2' = R_K$$

Dieses ergibt dann folgendes ESB:



Bei  $i = i_{Nenn}$  und  $u = u_{Nenn}$  und einer angenommenen relativen Kurzschlußspannung von  $u_K = 6\%$  ergibt sich für  $Z_K$  folgendes:

$$Z_K = u_k \cdot \frac{U_N}{I_N \cdot \sqrt{3}}$$

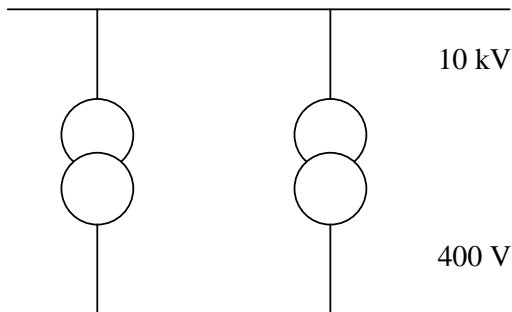
$$S_N = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N$$

$$\Rightarrow Z_K = u_k \cdot \frac{U_N \cdot \sqrt{3} \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot S_N}$$

$$\Rightarrow Z_K = u_k \cdot \frac{U_N^2}{S_N}$$



### Parallelschaltung von Transformatoren:

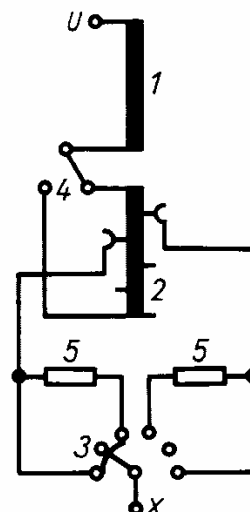


Bei der Parallelschaltung von Trafos muß man beachten, daß

- die Kurzschlußspannungen gleich groß sind  $\rightarrow U_K = U_K$
- die Schaltgruppen gleich sind
- das die Nennspannungen gleich groß sind

### Transformator mit Stufenschalter:

Durch Regelung der Generatoren allein kann man heute die Verbraucherspannung nicht mehr ausreichend konstant halten und die gewünschte Lastverteilung einstellen. Für diese Aufgaben werden daher auch Transformatoren mit einem über Stufenschalter veränderbaren Übersetzungsverhältnis eingesetzt. In ihnen werden durch Stufenschalter Wicklungsteile unter Last zu-, ab- oder gegengeschaltet. Die Wicklung besteht nach dem Bild aus einer Stammwicklung 1 und einer Stufenwicklung 2, deren Teile über den Stufenschalter 3 zu- und abgeschaltet werden können. Mit dem Wendeschalter 4 kann die Stufenwicklung auch gegensinnig zugeschaltet werden, so daß dann die Spannung abnimmt. Die Stufenwicklung stellt meist eine besondere Schaltungspule dar; die Windungen jeder Stufe sind gleichmäßig über die Schenkellänge verteilt, so daß Stromkräfte durch Unsymmetrie vermieden werden.



Schaltbild eines Transformators mit Stufenschalter

- 1 Stammwicklung
- 2 Stufenwicklung
- 3 Lastumschalter
- 4 Wendeschalter
- 5 Widerstände

Beim Umschalten von einer Stufe auf die andere soll der Laststrom nicht unterbrochen werden. Dann ist aber die kurzzeitige, leitende Verbindung zweier Anzapfungen nicht zu vermeiden. Sie würde zu einem Kurzschluß von einer oder mehreren Windungen führen, wenn man zwischen die Anzapfungen nicht einen strombegrenzenden Widerstand, also Wirkwiderstand oder Drossel, schaltet. Der Jansen-Schalter zerlegt die Umschaltung in zwei Vorgänge, die stromlos vorgenommene Stufenwahl und die eigentliche Lastumschaltung. Es wird zunächst ein Widerstand in den Leistungszug eingeschaltet, dann geht man über einen weiteren Widerstand zur nächsten vorgewählten Anzapfung über, so daß der Kurzschlußstrom in dieser, nur sehr kurz andauernden Schalterstellung über zwei Widerstände begrenzt wird. Anschließend wird mit dem ersten Widerstand die alte Anzapfung abgeschaltet und dann der zweite Widerstand herausgenommen.

### **rush – Ströme (Einschaltstromschutz):**

Die Einschaltströme am leerlaufenden Transformator betragen ungefähr den 5 – 10 fachen Betriebsstrom.

$$u_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

$$u_1 = \hat{u}_1 \cdot \cos \omega t = \sqrt{2} U_{eff} \cdot \cos \omega t$$

$$\Phi = \frac{1}{N_1} \int u_1 dt$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{u_1 \sqrt{2}}{\omega N_1} \sin(\omega t + \varphi) + C$$

Einschalten zum Zeitpunkt  $t = 0$

Remanenzfluß ( $H = 0$ )  $\Phi = \Phi_r$

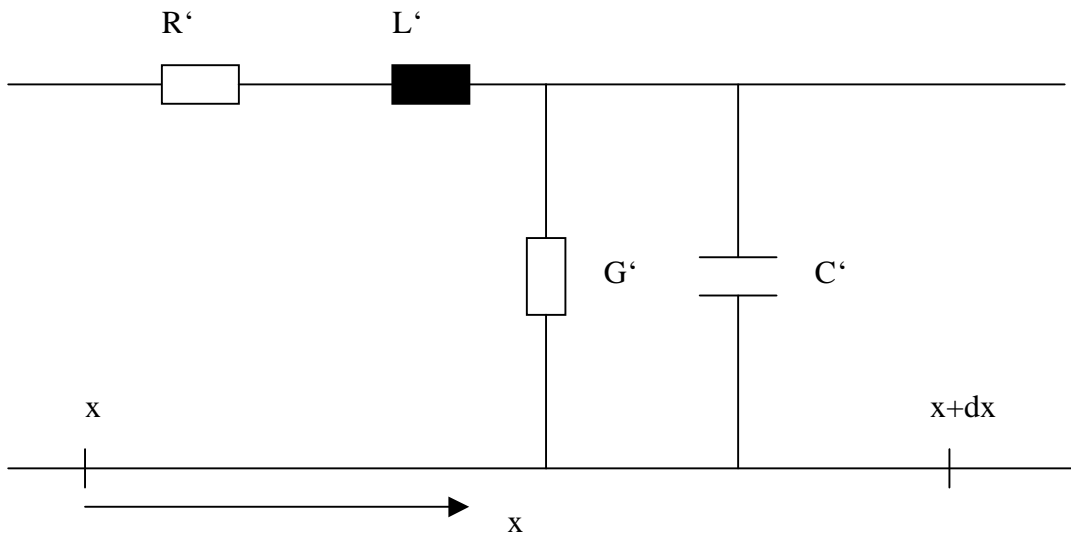
$$C = \Phi_r - \frac{u_1 \sqrt{2}}{\omega N_1} \sin \varphi$$

Prinzipielle Eigenschaften:

Aufbau



Ersatzschaltbild:



Die Strichrößen (') sind auf die Länge bezogene Größen: z.B.:  $R' = [\Omega/m]$

$$\underline{U}_{(x)} = U \cdot e^{j\omega t}$$

Bedingung hierfür ist, daß Strom und Spannung in x – Richtung laufen

$$\frac{d^2 \underline{U}_{(x)}}{dx^2} = \gamma^2 \cdot \underline{U}_{(x)}$$

Hierbei ist  $\gamma$  (Gamma) das Übertragungsmaß,  $\alpha$  (alpha) das Dämpfungsmaß und  $\beta$  (Beta) das Winkelmaß:

$$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L') \cdot (G' + j\omega C')} \quad \text{oder aber} \quad \gamma = \alpha + j\beta$$

Prof. Dr. Ing. Post

$$\underline{I}_{(x)} = \frac{1}{\underline{Z}} \cdot \underline{U}_{(x)}$$

$$\underline{\zeta}_{(z)} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

### Selbstinduktion:

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

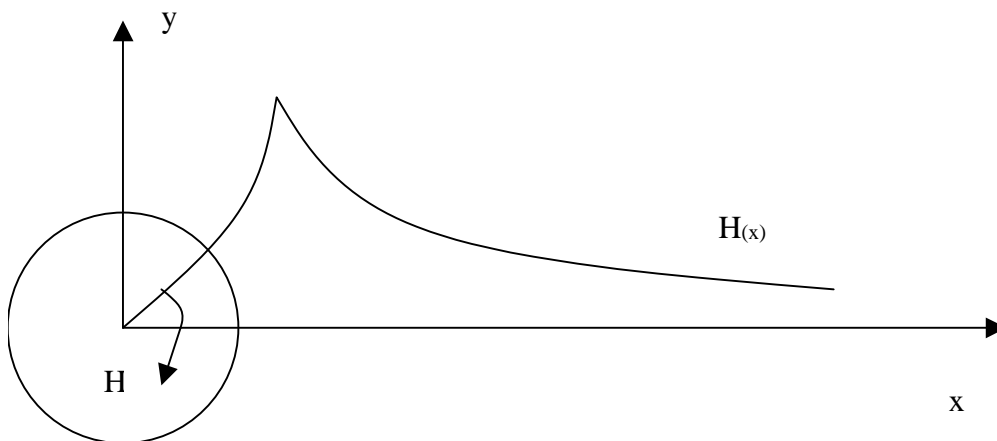
$$\oint H dl = \iint IdH$$

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{\text{verketteter Flu\ss}}{\text{Strom}}$$

$$\begin{aligned} \Phi &= l \cdot \mu_0 \int \frac{I}{2\pi r} dr \\ &= l \cdot \mu_0 \frac{I}{2\pi} \int \frac{1}{r} dr \\ &= l \cdot \mu_0 \frac{I}{2\pi} \ln r \\ &= l \cdot \mu_0 \frac{I}{2\pi} \ln \frac{d}{r} \end{aligned}$$

### Verketteter Flu\ss:



$$H = \frac{I \cdot x}{2\pi r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r^2} I \cdot x$$

Prof. Dr. Ing. Post

**Wie wächst der verkettete Fluß?**

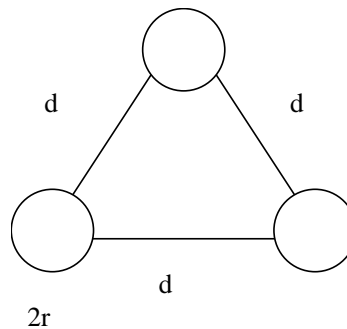
$$\Rightarrow \frac{x^2}{r^2}$$

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{l\mu_0}{2\pi r^4} \cdot I \cdot \int_0^r r^3 dx \\ &= \frac{l\mu_0}{2\pi r^4} \cdot I \cdot \frac{1}{4} r^4 \end{aligned}$$

$$L_{i(nnen)} = \frac{l\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{4}$$

$$L_{a(ußen)} = \frac{\mu_0}{2\pi l} \ln \frac{d}{r}$$

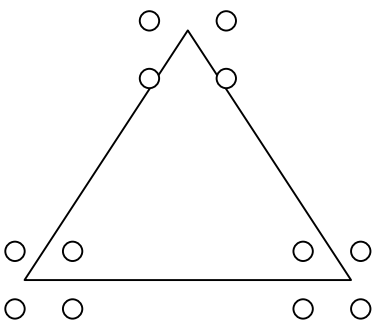
$$L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \ln \frac{d}{r} + 0,25 \right)$$



Wenn die Abstände nicht gleich sind ergibt sich für d:

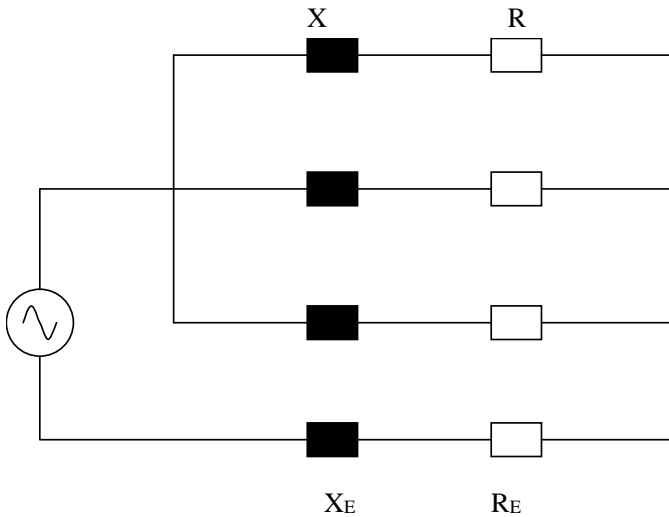
$$d = \sqrt[3]{d_{12}d_{23}d_{31}}$$

**Viererbündelung:**



$$L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \ln \frac{d}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot r \cdot a^3}} + \frac{0,25}{4} \right)$$

**Messung des Nullsystems:**



$$Z_0 = \frac{U_0}{I_0} = R + 3R_E + j(X + 3X_E)$$

**Leitungsberechnung:**

$$\frac{d^2 U_{(x)}}{dx^2} = \gamma^2 \cdot \underline{U}_{(x)}$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L') \cdot (G' + j\omega C')}$$

$$\underline{I}_{(x)} = \frac{1}{Z} \underline{U}_{(x)}$$

$$\underline{U}_{(x)} = \underline{U}_1 \cdot \cosh(\underline{\gamma}x) - \underline{Z} \cdot \underline{I}_1 \cdot \sinh(\underline{\gamma}x)$$

$$\underline{I}_{(x)} = -\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} \sinh(\underline{\gamma}x) + \underline{I}_1 \cosh(\underline{\gamma}x)$$

$$\underline{U}_{(x)} = \frac{1}{2} (\underline{U}_1 + \underline{Z} \cdot \underline{I}_1) \cdot e^{-\lambda x} + \frac{1}{2} (\underline{U}_1 - \underline{Z} \cdot \underline{I}_1) \cdot e^{\lambda x}$$

$$\underline{I}_{(x)} = \frac{1}{Z} \left[ \frac{1}{2} (\underline{U}_1 + \underline{Z} \cdot \underline{I}_1) \cdot e^{-\lambda x} - \frac{1}{2} (\underline{U}_1 - \underline{Z} \cdot \underline{I}_1) \cdot e^{\lambda x} \right]$$

$$u_{(x,t)} = \text{Re}[\underline{U}_{(x)} \cdot e^{j\omega t}]$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$= A_1 \cdot e^{-\alpha x} \cos(-\beta x + \omega t + \varphi_1) + A_2 \cdot e^{\alpha x} \cos(\beta x + \omega t + \varphi_2)$$

**Berechnung der Kapazität (C):**

Berechnung:  $\vec{D}$  Verschiebungsdichte  $\left[ \frac{C}{m^2} \right] = \left[ \frac{As}{m^2} \right]$

$D = \varepsilon \cdot E$   $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$

$d\vec{A}$  = Flächenelement  $Q$  = el. Ladung

$\oint \vec{D} d\vec{A} = Q$

aus zyl. Leiter :

$D \cdot l \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = Q$   $D = \frac{Q}{2 \cdot l \cdot \pi \cdot r}$   $E = \frac{Q}{2 \cdot \varepsilon \cdot l \cdot \pi \cdot r}$

$U = \int \vec{E} d\vec{l}$

$\varphi = \int_{r_1}^{2d} \frac{Q}{2 \cdot \varepsilon \cdot l \cdot \pi} \cdot \frac{1}{r} dr$

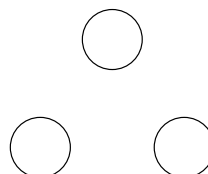
$\varphi = \frac{Q}{2 \cdot \varepsilon \cdot l \cdot \pi} \cdot \ln \frac{2d}{r_1}$

$C = \frac{Q}{\varphi} = \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \varepsilon_0}{\ln \frac{2d}{r_1}}$

**Betriebskapazität bei einer Drehstromleitung:**

$C'_b = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \frac{d}{r}}$

$d = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}}$



**Reflexionsfaktor (r) für die Spannung:**

$$r_U = \frac{Z_{last} - Z_{Leistung}}{Z_{Last} + Z_{Leistung}} = \frac{U_{r(\text{rücklauf})}}{U_{h(\text{inlauf})}}$$

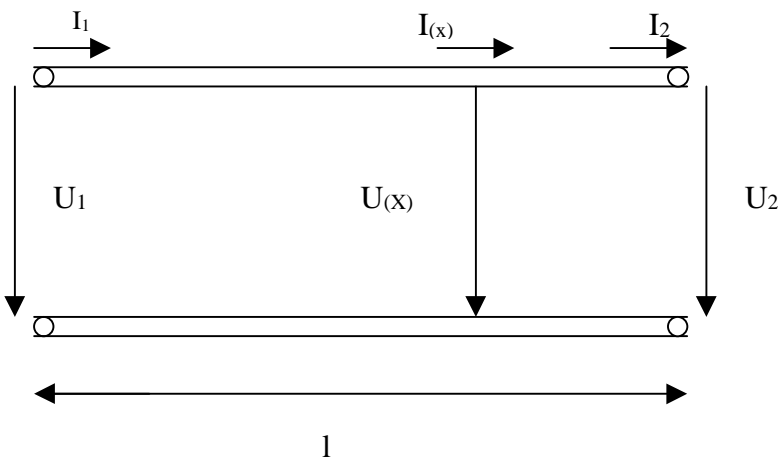
Beispiele :

Leerlauf :  $Z_{Last} = \infty$        $r_U = 1$        $U_r = r \cdot U_h$   
 Kurzschluß :  $Z_{Last} \approx 0$        $r_U = -1$        $U_r = -U_h$

**Wellenlänge  $\lambda$ :**

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad \Rightarrow \quad \text{in der Energietechnik} \quad \lambda = \frac{300 \cdot 10^3 \frac{km}{s}}{50Hz} = 6000km$$

**Leitungsberechnung:**



$$\frac{l}{\lambda} < 0,08 \quad \gamma \cdot l : \text{klein}$$

$$\sinh(\gamma \cdot l) = \gamma \cdot l$$

$$\cosh(\gamma \cdot l) = 1 + \frac{1}{2}(\gamma \cdot l)^2$$

$$U_1 = U_2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{2}(\gamma \cdot l)^2 \right) + Z \cdot I_2 \cdot \gamma \cdot l$$

$$I_1 = \frac{U_2}{Z} \cdot \gamma \cdot l + I_2 \left( 1 + \frac{1}{2}(\gamma \cdot l)^2 \right)$$



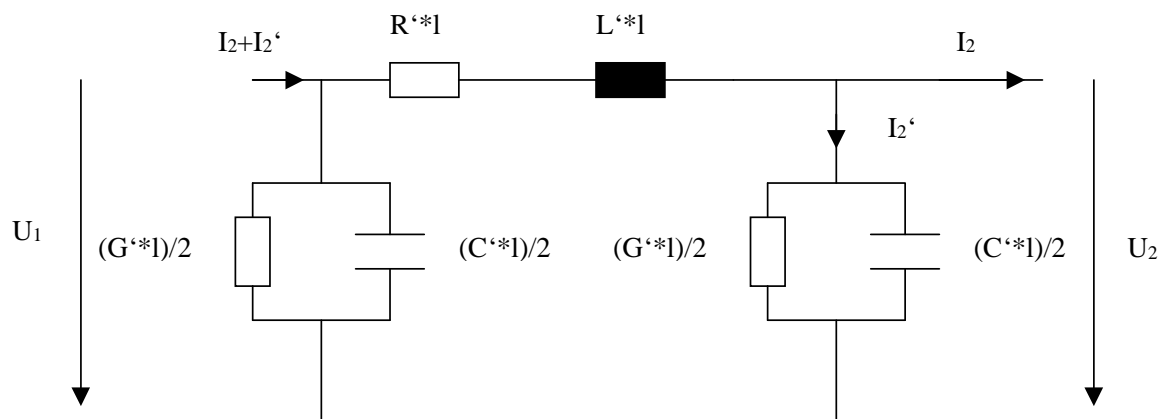
$$\underline{Z} \cdot \underline{\gamma} = R' + j\omega L' \qquad \frac{\underline{\gamma}}{\underline{Z}} = G' + j\omega C'$$

1. 
$$U_1 = U_2 + \left[ \frac{U_2}{2} \cdot (G' + j\omega C') \cdot l + I_2 \right] \cdot (R' + j\omega L') \cdot l$$

2. 
$$I_1 = I_2 + \left[ \frac{I_2}{2} \cdot (R' + j\omega L') \cdot l + U_2 \right] \cdot (G' + j\omega C') \cdot l$$

Diese Formeln sind unabhängig davon, ob Kabel oder Freileitung, gültig.

**Ersatzschaltbild für Gleichung 1:**



$$I_2' = U_2 \cdot \frac{G' \cdot j\omega C'}{2} \cdot l$$

einsetzen in :

$$U_1 = U_2 + (I_2' + I_2) \cdot (R' + j\omega L') \cdot l$$

**Beispiel 1: Energiekabel**

$$\gamma^2 = \left( R' + \underbrace{j\omega L'}_{\approx 0} \right) \left( \underbrace{G'}_{\approx 0} + j\omega C' \right)$$

$G' = 0$       kein Querleitungseffekt

$L'$           kann vernachlässigt werden

$$\Rightarrow \gamma^2 = j\omega C' \cdot R'$$

$$U_1 = U_2 + \left[ U_2 \cdot \frac{j\omega C' l}{2} + I_2 \right] \cdot R' l$$

oder direkt aus:

$$U_1 = U_2 \left( 1 + \frac{1}{2} (\gamma \cdot l)^2 + Z \cdot I_2 \cdot \gamma \cdot l \right) \quad \text{mit} \quad Z \cdot \gamma = R' + j\omega L' = R'$$

$$U_1 = U_2 \left( 1 + \frac{1}{2} j\omega C' R' l^2 \right) + R' I_2 \cdot l$$

$$\text{aus} \quad I_1 = \frac{U_2}{Z} \cdot \gamma \cdot l + I_2 \left( 1 + \frac{1}{2} (\gamma \cdot l)^2 \right) \quad \text{mit} \quad \frac{\gamma}{Z} = G' + j\omega C' = j\omega C'$$

$$I_1 = U_2 j\omega C' l + I_2 \left( 1 + \frac{1}{2} j\omega C' R' l^2 \right)$$

### Beispiel 2: Freileitung

$$\lambda^2 = -\omega^2 L' C'$$

$$\text{da} \quad R' \ll \omega L' \quad \text{und} \quad G' \ll \omega C'$$

aus

$$U_1 = U_2 + \left[ \frac{U_2}{2} \cdot (G' + j\omega C') \cdot l + I_2 \right] (R' + j\omega L') \cdot l$$

$$\Rightarrow U_1 = U_2 \left( 1 - \frac{\omega^2 L' C' l^2}{2} \right) + I_2 \cdot j\omega L' l$$

aus

$$I_1 = I_2 + \left[ \frac{I_2}{2} \cdot (R' + j\omega L') \cdot l + U_2 \right] \cdot (G' + j\omega C') \cdot l$$

folgt

$$I_1 = I_2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \cdot j\omega L' l \cdot j\omega C' l \right] + U_2 \cdot j\omega C' l$$

$$\Rightarrow I_1 = I_2 \left( 1 - \frac{\omega^2 L' C' l^2}{2} \right) + U_2 \cdot j\omega C' l$$

Sekundärer Leerlauf

$$I_2 = 0$$

$$U_1 = U_2 \left( 1 - \frac{\omega^2 L' C' l^2}{2} \right)$$

Ferranti Effekt

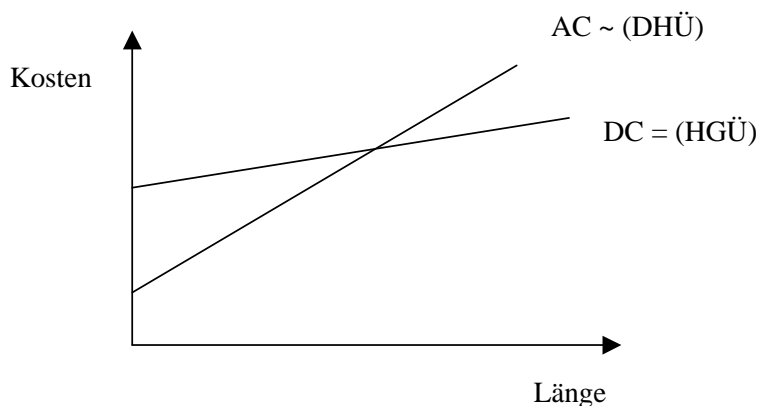
**Berechnungen:**

		Bereich	Dimensionierung
Niederspannung:	NS	<1kV	R( $\Omega$ )
Mittelspannung:	MS	<100kV	R und L
Hochspannung:	HS	>100kV	vollst. ESB $1/\lambda \ll 0,08$

**Energieübertragung über größere Strecken:**

Je größer die Übertragungsentfernung ist umso höher muß die Spannung sein  
Faustformel: Entfernung in km entspricht der Spannung in kV

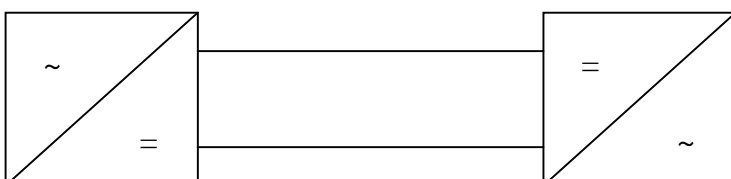
Ab Entfernungen über ca. 800 –1000 km (bei Freileitungen) wird eine Gleichstromübertragung billiger. Bei Kabeln beträgt die Grenzentfernung bei ca. 100 km.



Bei Seekabeln wird daher immer mit Gleichstrom übertragen, da man hier auch noch den Rückleiter einsparen kann, wenn man das Wasser als Minus verwendet.

Probleme bei der Gleichstromübertragung:

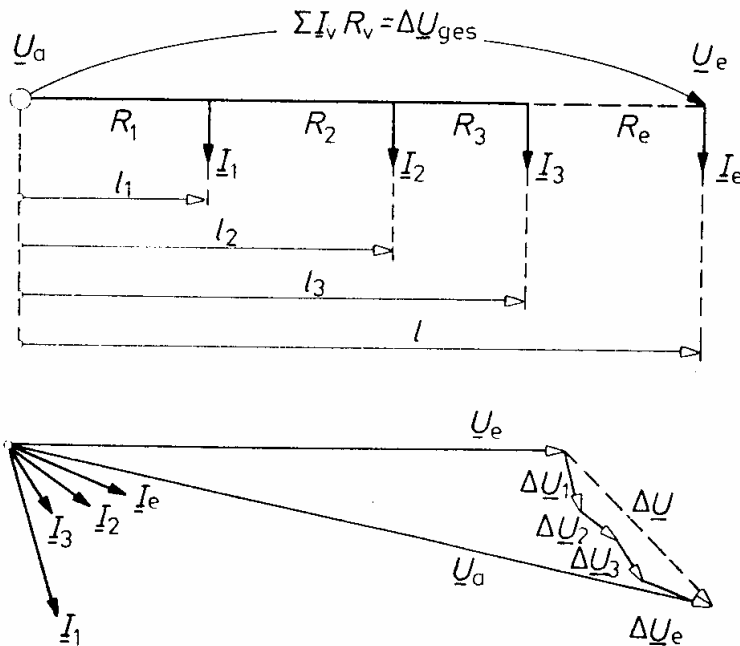
Es kann nicht auf der Gleichstromseite geschaltet werden, weil dann Lichtbögen entstehen würden. Es muß daher vor der Gleichrichtung auf der Drehstromseite geschaltet werden. Daher existieren auch keine vermaschten Netze sonder nur Zweipunktverbindungen.



**Anwendung:**

**1. Niederspannung:**

(Nur R' berücksichtigt)



$$\begin{aligned} \Delta U_{ges} &= \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \dots + \Delta U_e \\ &= (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \dots + \underline{I}_e) \cdot R_1 \\ &\quad + (\underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \dots + \underline{I}_e) \cdot R_2 \\ &\quad + (\underline{I}_3 + \dots + \underline{I}_e) \cdot R_3 \\ &\quad + \underline{I}_e \cdot R_e \end{aligned}$$

$$\Delta U_{ges} = \underline{I}_1 \cdot R_1 + \underline{I}_2 \cdot (R_1 + R_2) + \underline{I}_3 \cdot (R_1 + R_2 + R_3) + \dots + \underline{I}_e \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_e)$$

$$\Delta U_{ges} \approx \frac{2}{\kappa \cdot A} \cdot (\underline{I}_1 \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 + \underline{I}_2 \cdot l_2 \cdot \cos \varphi_2 + \dots + \underline{I}_e \cdot l \cdot \cos \varphi_e)$$

$$\Delta U_{ges} \approx \frac{2}{\kappa \cdot A} \sum_{v=1}^n I_v \cdot l_v \cdot \cos \varphi_v$$

Prof. Dr. Ing. Post

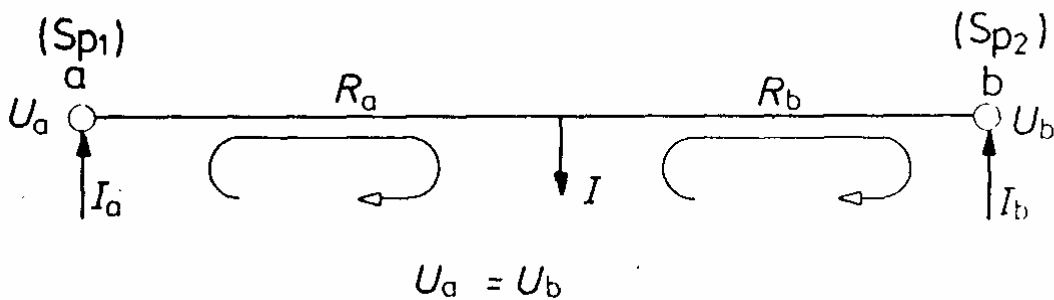
**Spannungsabfall bei Drehstrom in %:**

$$\Delta U_{\%} = \frac{100 \cdot \sqrt{3}}{\kappa \cdot A \cdot U_e} \sum_{v=1}^n I_v \cdot l_v \cdot \cos \varphi_v$$

**Spannungsabfall allgemein in %:**

$$\Delta U_{\%} = \frac{100}{\kappa \cdot A \cdot U_e^2} \sum_{v=1}^n I_v \cdot l_v$$

**Zweiseitig gespeiste Leitungen:**



$$I_a + I_b = I$$

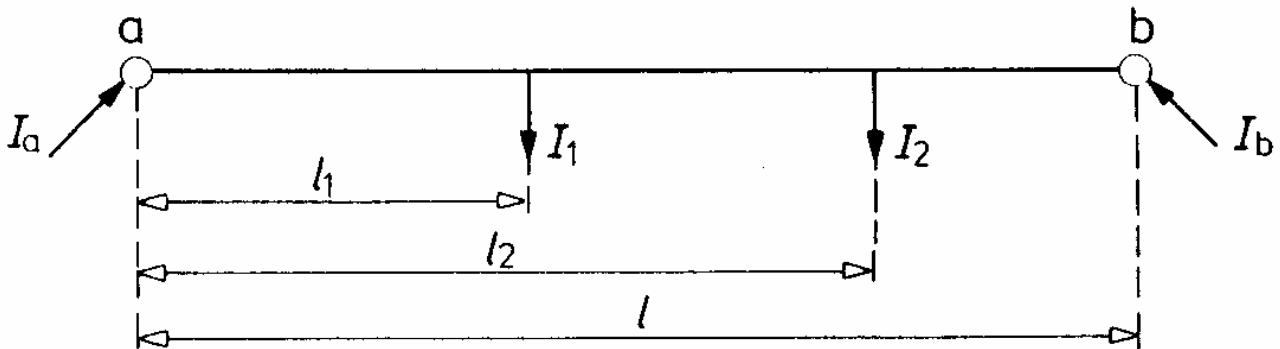
$$I_a R_a - I_b R_b = 0$$

$$I_a = I \frac{R_b}{R_a + R_b}$$

**Spannungsabfall für eine Ringleitung mit 2 Trafos (Einspeisungen) und einer Abnahmestelle**

$$\Delta U = I_a \cdot R_a = I \cdot \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b}$$

**Spannungsabfall für eine Ringleitung mit 2 Trafos und zwei Abnahmestellen**



$$I_b \cdot l = I_1 \cdot l_1 + I_2 \cdot l_2$$

Wegen

$$I_a = I_1 + I_2 - I_b$$

$$= I_1 + I_2 - I_1 \frac{l_1}{l} - I_2 \frac{l_2}{l}$$

$$= I_1 \cdot \frac{l-l_1}{l} + I_2 \frac{l-l_2}{l}$$

analog erhält man :

$$I_b = I_1 \frac{l_1}{l} + I_2 \frac{l_2}{l}$$

$$I_a = \frac{\sum_{v=1}^n I_v \cdot l_v}{l} \qquad I_b = \frac{\sum_{\mu=1}^n I_{B\mu} \cdot l_{\mu}}{l}$$

**Bei  $I_b$  sind die Abstände  $l_{\mu}$  von entgegengesetzten Einspeiseknoten gemessen!!!**

**Für Drehstrom:**

$$I_{aW} - jI_{aB} = \frac{\sum_{v=1}^n I_{Wv} \cos \varphi_v l_v}{l} - j \frac{\sum_{v=1}^n I_{Bv} \sin \varphi_v l_v}{l}$$

$$I_{bW} - jI_{bB} = \frac{\sum_{\mu=1}^n I_{W\mu} \cos \varphi_{\mu} l_{\mu}}{l} - j \frac{\sum_{\mu=1}^n I_{B\mu} \sin \varphi_{\mu} l_{\mu}}{l}$$

Prof. Dr. Ing. Post

**Scheinleistungen:**

$$S_a = \frac{\sum_{v=1}^n S_v I_v}{l}$$

Einspeisestelle a

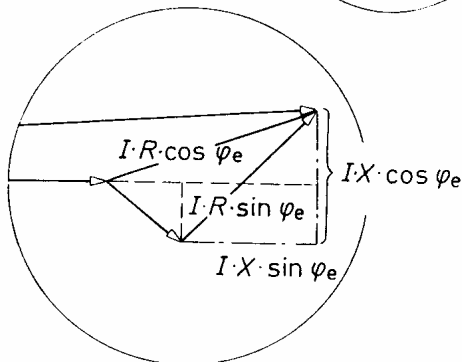
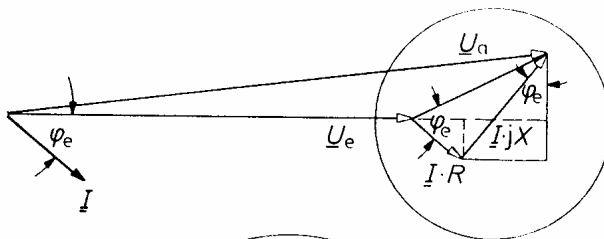
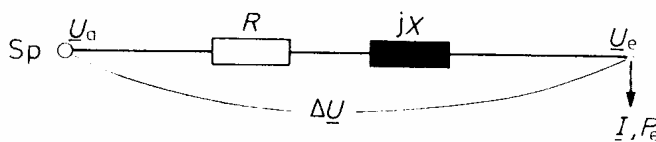
$$S_b = \frac{\sum_{v=1}^n S_v I_v}{l}$$

Einspeisestelle b

$$S_a = P_a + jQ_a = \frac{\sum_{v=1}^n P_{av} I_v}{l} + j \frac{\sum_{v=1}^n Q_{av} I_v}{l}$$

**2. Mittelspannung:**

Mit induktiven Anteil



$$U_a = \sqrt{(U_e + I \cdot R \cdot \cos \varphi_e + I \cdot X \cdot \sin \varphi_e)^2 + (I \cdot X \cdot \cos \varphi_e - I \cdot R \cdot \sin \varphi_e)^2}$$

$$U_a \approx U_e + I \cdot R \cdot \cos \varphi_e + I \cdot X \cdot \sin \varphi_e$$

$$\Delta U = U_a - U_e \approx I \cdot R \cdot \cos \varphi_e \cdot \left(1 + \frac{X}{R} \cdot \tan \varphi_e\right)$$

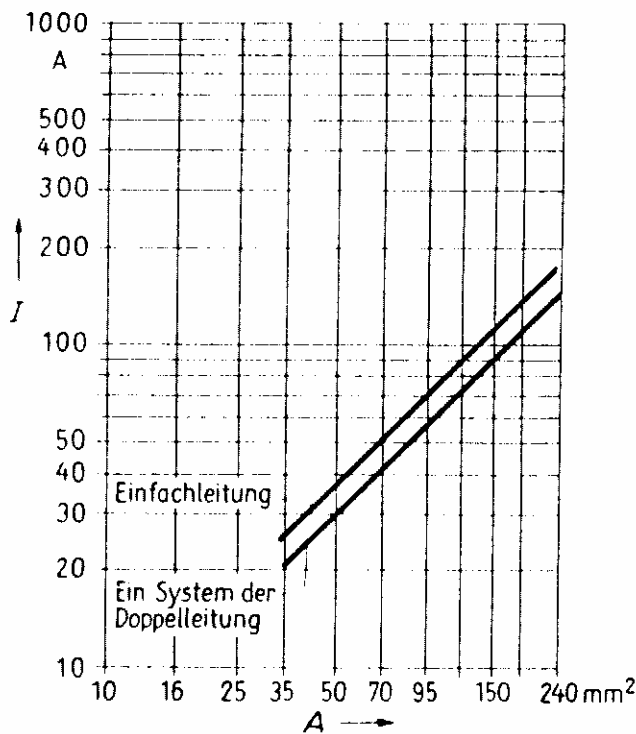
**Spannungsabfall bei Drehstromleitungen im Mittelspannungsnetz mit R und X:**

$$\Delta U_{\%} = \frac{100 \cdot I \cdot P}{\kappa \cdot A \cdot U_e^2} \cdot \left(1 + \frac{X}{R} \tan \varphi_e\right)$$

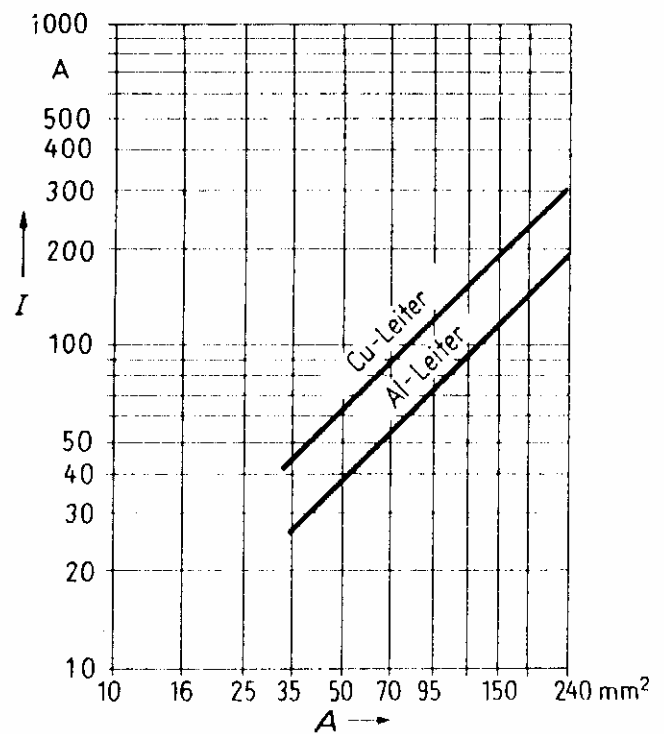
### Wirtschaftlichkeit von Freileitungen und Kabeln:

Bei der Planung elektrischer Energieübertragungssysteme müssen auch die Anlagen – Kosten gebührend berücksichtigt werden. Bezogen auf eine Freileitung oder ein Kabel bedeutet dies die Auswahl eines günstigen Querschnittes, bei dem die Gesamtzeitkosten – das sind meistens die Jahreskosten – ein Minimum werden.

Unter Beachtung aller für den Kostenfaktor maßgeblichen Anteile – Errichtungskosten, Betriebskosten, Wartungskosten – ließen sich für die Erstellung von Neuanlagen wirtschaftliche Stromdichten als Richtwerte ermitteln. Sie liegen bei Freileitungen aus Kupfer zwischen 1,5 und 1,7 A/mm<sup>2</sup>, für Freileitungen aus Aluminium bei 1 A/mm<sup>2</sup> und für Kabel bis zu 3 A/mm<sup>2</sup>.



Wirtschaftliche Belastung bei Al-St-Seilen



Wirtschaftliche Belastung bei Cu- und Al-Leitern

### Beispiel:

3+95mm<sup>2</sup> hat nach dem Diagramm eine wirtschaftliche Strombelastung von 120 A.  
bei 30 kV ist S = 6,24 MVA

$$R' = 0,157 \Omega / \text{mm} \quad X' = 0,138 \Omega / \text{mm}$$

$$L' = \frac{\omega_0}{2\pi} \left( \ln \frac{d}{r} + 0,25 \right) = \frac{1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}}{2\pi} \left( \ln \frac{3 \cdot 5,5 \text{mm}}{5,5 \text{mm}} + 0,25 \right) = 2,7 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$X' = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L' = 8,4 \cdot 10^{-5} \frac{\Omega}{\text{km}}$$



