Using a lecture-oriented flipped classroom in a proof-oriented Analysis I course

Luise Fehlinger, Frank Feudel

khd m
kompetenzzentrum
hochschuldidaktik
mathematik

HUMBOLDT-UNIVERSITÄT · ZU BERLIN ·

Gliederung

1. Ausgangslage

2. Das Konzept des Flipped Classrooms und seine Potentiale

3. Implementation in der Analysis I an der HU Berlin

4. Evaluation unseres Flipped Classrooms

5. Zusammenfassung

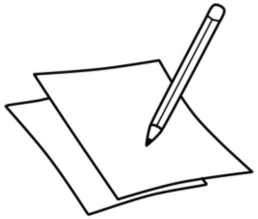
Schwierigkeiten beim Lernen in mathematischen Vorlesungen

Notwendige Aktivitäten für ein erfolgreiches Lernen in/aus (mathematischen) Vorlesungen:

1) Aufmerksames zuhören

2) Verarbeitung der präsentierten Informationen

3) Mitschreiben



4) Nachbereitung der Vorlesung

Das Konzept der Flipped Classrooms:

„Inverting the classroom means that events that have traditionally taken place *inside* the classroom now take place *outside* the classroom and vice versa.“
(Lage et. al., 2000)

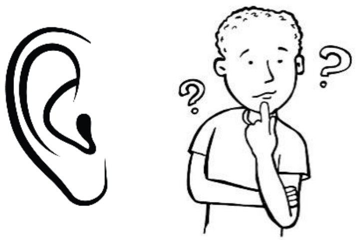
Was bedeutet das für eine Mathematikvorlesung?

- Der Erstkontakt mit den Definitionen, Sätzen und Beweisen erfolgt vor der Vorlesung zu Hause

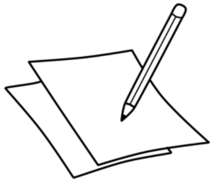
- Die Präsenzzeit wird für einer vertiefte Auseinandersetzung mit den Inhalten genutzt, die normalerweise zu Hause erfolgen sollte

Potentiale des Flipped Classrooms:

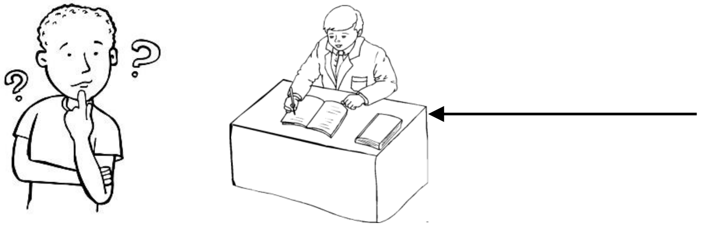
- Zeit und Raum für Interaktion und Kommunikation



- Schwerpunkt liegt nicht mehr auf dem Abschreiben von Definitionen, Sätzen und Beweisen



- Durchführung von verständnisfördernden Aktivitäten in der Präsenzzeit



Auch Potential zur Vermittlung von Strategien, wie man eine klassische Mathematikvorlesung nachbereitet

3. Implementation in der Analysis I an der HU Berlin

Äußere Rahmenbedingungen:

Kurs	Analysis I
Teilnehmer	Studierende des Lehramtes für Gymnasium, Einige Informatikstudierende
Ur	
Prüfungsform	Klausur
Zulassungsvoraus-setzung für die Prüfung	60% der Übungspunkte

Die Vorlesung am Montag wurde geflipped, die Vorlesung am Mittwoch wurde klassisch gehalten

Ablauf der Flipped-Classroom Veranstaltung:

1. Selbststudienphase:

Erstbeschäftigung mit den Inhalten eines Skriptkapitels (c.a. 5 Seiten)

Zeitraum: Do-So

1. Eine Funktion $f : D \to \mathbb{C}$ heißt gleichmäßig stetig, wenn zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$ existiert, so dass für

$$|x - y| < \delta \implies |f(x) - f(y)| < \varepsilon.$$

efinition der Stetigkeit hängt hier die Größe von δ nur von ε, aber nicht von x

$\mathbb{C}$ heißt lipschitzstetig, wenn es eine positive Konstante $L \in \mathbb{R}^+$ gibt, so dass für

$$|f(x) - f(y)| \leq L \cdot |x - y|.$$

ante von f.

igkeitsbegriffe).

. *Ist f lipschitzstetig, so ist f auch gleichmäßig stetig. Ist f gleichmäßig stetig,*

Beweis: Stetigkeit folgt per Definition aus gleichmäßiger Stetigkeit. Wir müssen also nur zeigen, dass jede lipschitzstetige Funktion gleichmäßig stetig ist.

Sei f lipschitzstetig mit Lipschitz–Konstante L und $\varepsilon > 0$.

Dann erfüllt $\delta := \frac{\varepsilon}{L}$ die Forderung und die Stetigkeit von f ist nachgewiesen.

$\square$

Die folgenden beiden Beispiele zeigen, dass die Umkehrungen der Aussagen des Satzes zur Hierarchie der Stetigkeitsbegriffe (Satz 5.5) nicht gelten.

Beispiel 5.12.

Die Funktion

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^+ &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{1}{x} \end{aligned}$$

ist stetig, aber nicht gleichmäßig stetig.

Beispiel 5.13. Die Funktion

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^+ &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ x &\longmapsto \sqrt{x} \end{aligned}$$

1. Selbststudienphase:

Arbeitsaufträge:

1) Abschreiben und erstes Nachvollziehen des Skriptkapitels

2) Lernen der Definitionen

Anschließendes optionales Online Quiz (moodle)

2. Präsenzphase:

Angeleitete Durchführung von verständnisfördernden Aktivitäten zu den Definitionen, Sätzen und Beweisen des Skriptkapitels.

Die Dozentin illustriert hierbei auf der Basis ihrer Expertise als Mathematikerin, was sie selbst durchführen würde, um ein vertieftes Verständnis der Definitionen, Sätze und Beweise zu erlangen. Die Aktivitäten werden dann im Dialog mit den Studierenden durchgeführt.

Für Details, siehe:

Feudel F. & Fehlinger L. (2021). Using a lecture-oriented flipped classroom in a proof-oriented advanced mathematics course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1949057

2. Präsenzphase:

zu Definitionen:

Aktivitäten zur Förderung eines adäquaten *concept image*,
Herstellung einer Verbindung zur formalen *concept definition*
(Tall & Vinner, 1981)

Insbesondere: Beispiele, Visualisierungen, Beziehungen zu anderen Begriffen

2. Präsenzphase:

zu Beweisen:

Aktivitäten zur Förderung eines lokalen und eines globalen Beweisverständnisses
(Mejia-Ramos, Fuller, Weber, Rhoads, & Samkoff, 2012)

Insbesondere:
Füllen von Zwischenschritten, Explizit machen der Beweisidee, Führen analoger Beweise

Es wurde von der Dozentin stets betont, dass solche Aktivitäten von den Studierenden bei einer klassischen Vorlesung selbst durchgeführt werden müssten.

Weitere verständnisfördernde Aktivitäten in der Übung:

Durchführung von Voting-Fragen mit anschließender Peer-Discussion

(Bauer, 2018)

Dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots$ konvergent ist, liegt daran, dass ...

1. ... die Summanden $\frac{1}{2^n}$ eine konvergente Folge bilden,
2. ... die Summanden $\frac{1}{2^n}$ eine Nullfolge bilden,
3. ... die Summen $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n}$ eine konvergente Folge bilden,
4. ... die Summen $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n}$ eine Nullfolge bilden.

Die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ ...

1. ... ist konvergent, denn es gilt $\frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow 0$,
2. ... ist konvergent, denn es gilt $\frac{1}{\sqrt{n+1}} \Big/ \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow 1$,
3. ... ist divergent, denn $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ist divergent und $\frac{1}{\sqrt{n}} \geq \frac{1}{n}$,
4. ... ist divergent, denn $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ist divergent und $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}}$.

Die Fragen findet man in:
Bauer, T. (2019). *Verständnisaufgaben zur Analysis 1 und 2*. Berlin: Springer.

3. Implementation
4. Evaluation
5. Zusammenfassung

4. Evaluation des Flipped Classrooms

Fragestellung:

Inwiefern ist der Flipped-Classroom in unserer Implementation für die Studierenden eine Unterstützung beim Lernen in universitären Mathematikvorlesungen?

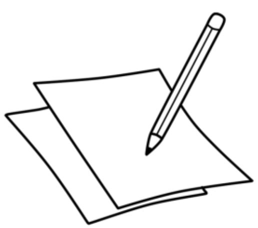
Blickwinkel der Evaluation:

Notwendige Aktivitäten für ein erfolgreiches Lernen in/aus (mathematischen) Vorlesungen:

(Williams, R. L., & Eggert, A. C., 2002; Lew et al, 2016)

1) Aufmerksames zuhören 

2) Verarbeitung der präsentierten Informationen 

3) Mitschreiben 

4) Nachbereitung der Vorlesung 

Beispielitems zu

	VL am Montag (Geflipped)							VL am Mittwoch (klassisch)					
	Trifft überhaupt nicht zu					Trifft voll und ganz zu		Trifft überhaupt nicht zu					Trifft voll und ganz zu
Ich kann die in der Vorlesung behandelten Inhalte *bereits während der Vorlesung* verstehen.	❐	❐	❐	❐	❐	❐		❐	❐	❐	❐	❐	❐
Ich kann bereits in der Vorlesung mitdenken.	❐	❐	❐	❐	❐	❐		❐	❐	❐	❐	❐	❐
Ich kann die in der Vorlesung präsentierten Inhalte *bereits während der Vorlesung* durchdenken.	❐	❐	❐	❐	❐	❐		❐	❐	❐	❐	❐	❐
Zu unverstandenen Dingen überlege ich mir bereits *während der Vorlesung* Fragen, die ich der Dozentin, den Übungsleitern oder meinen Kommilitonen stelle.	❐	❐	❐	❐	❐	❐		❐	❐	❐	❐	❐	❐

Weitere Fragen zu  :

1. Offene Frage nach der investierten Zeit pro Woche (Vorbereitung FC, Nachbereitung FC, Nachbereitung VL, Übungsblatt)

2. Offene Frage, inwieweit die Aktivitäten der Präsenzsitzungen das Verhalten der Studierenden bei der Nachbereitung einer klassischen Vorlesung verändert haben

+ Frage nach bevorzugtem Vorlesungsstil mit Begründung

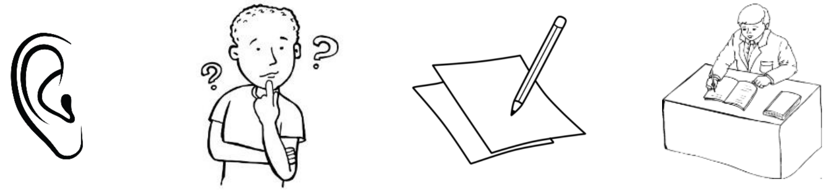
Ausgewählte Ergebnisse:

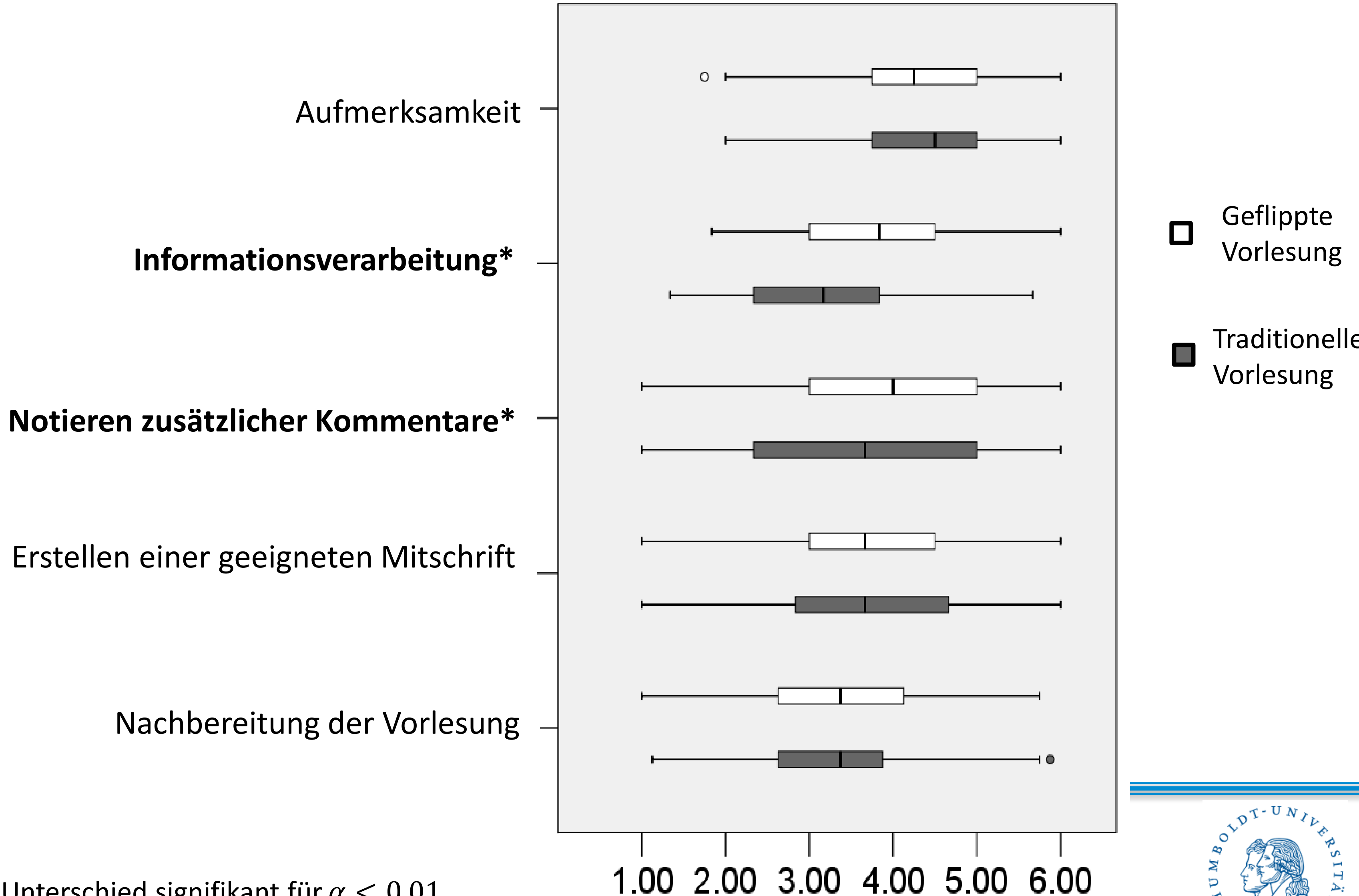
Bevorzugter Vorlesungsstil:

Flipped Classroom	Klassische Vorlesung	Egal	Keine Angabe
51.0%	31.6%	15.3%	2%

$N = 98$

Ausgewählte Ergebnisse:





$N = 98$

*: Unterschied signifikant für $\alpha < 0.01$

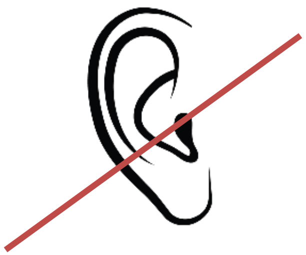
Weitere Detailergebnisse findet man in:
Feudel F. & Fehlinger L. (2021). Using a lecture-oriented flipped classroom in a proof-oriented advanced mathematics course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1949057

Die entsprechenden Folien des Vortrages kann man auf Anfrage ebenfalls erhalten: feudel@math.hu-berlin.de

5. Zusammenfassung

Inwiefern war der Flipped-Classroom für die Studierenden eine Unterstützung beim Lernen in universitären Mathematikvorlesungen?

Unser Flipped Classroom war eine Unterstützung bei folgenden Aktivitäten:

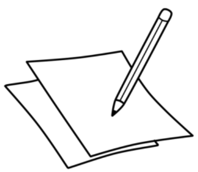


Eher etwas schwächere Aufmerksamkeit in den geflippten Sitzungen (aber man kam schnell wieder rein)

Bessere Informationsverarbeitung

Inwiefern war der Flipped-Classroom für die Studierenden eine Unterstützung beim Lernen in universitären Mathematikvorlesungen?

Unser Flipped Classroom war eine Unterstützung bei folgenden Aktivitäten:



Ergänzung des Tafelanschriebs um zusätzliche erklärende Kommentare

Intensivere Beschäftigung mit den Inhalten als bei regulärer Nachbereitung
(höhere Zeitinvestition, Durchführung verständnisfördernder Aktivitäten in der Präsensphase)

Aber: nur mäßiger Einfluss auf das Arbeitsverhalten bei der regulären Nachbereitung!

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Fragen?

Genaueres in:

Feudel F. & Fehlinger L. (2021). Using a lecture-oriented flipped classroom in a proof-oriented advanced mathematics course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1949057